

いつでも・どこでも・天体観測  
ーインターネット望遠鏡の魅力ー

慶應義塾大学インターネット望遠鏡プロジェクト  
(児玉・吉田・山本・表)

平成20年3月4日



# 目次

第 I 部	インターネット望遠鏡の魅力	9
第 1 章	インターネット望遠鏡の魅力	11
1.1	インターネット望遠鏡プロジェクトの目指すところ	11
1.2	インターネット望遠鏡とそのネットワーク	12
1.3	インターネット望遠鏡の魅力	15
1.4	インターネット望遠鏡でできること	16
第 2 章	慶應義塾大学インターネット望遠鏡の利用法	25
2.1	インターネット望遠鏡へのアクセス法	25
2.2	インターネット望遠鏡の操作法	28
2.2.1	操作画面の説明	28
2.2.2	メニューフレーム	29
2.2.3	フレーム F1~F4 の機能	30
第 3 章	インターネット望遠鏡の応用	
	—ケプラーの第 3 法則の検証と木星の質量測定—	37
3.1	ケプラーの法則	37
3.2	木星の衛星とケプラーの法則	38
3.3	ガリレオ衛星の公転運動	39
3.4	ガリレオ衛星の公転軌道半径と公転周期の測定	41
3.4.1	最適曲線の求め方 (第 1 段階)	42
3.4.2	第 2 段階 ( $A_i$ , $B_i$ と $P_i$ の測定)	43
3.5	ケプラーの第 3 法則の検証と木星の質量の測定	44
3.5.1	ケプラーの第 3 法則の検証	45
3.5.2	木星の質量 $M_j$ の測定	45
3.6	観測データの解析例	45
3.6.1	各観測時刻における地球と木星間の距離	46
3.6.2	ガリレオ衛星の観測データとその解析	47
3.7	ケプラーの第 3 法則の検証と木星質量の測定	51
3.7.1	ケプラーの第 3 法則の検証	51
3.7.2	木星の質量測定	52

3.8	インターネット望遠鏡が実現したケプラーの第3法則検証のための実験室	52
-----	-----------------------------------	----

<b>第II部</b>	<b>天文学の基礎</b>	<b>59</b>
-------------	---------------	-----------

<b>第4章</b>	<b>天体の位置を表す座標系のいろいろ</b>	<b>61</b>
4.1	赤道座標	61
4.2	地平座標	63
4.3	黄道座標	64
4.4	地平座標と赤道座標の関係	64
4.5	赤道座標と黄道座標の関係	67
4.6	地平座標と黄道座標の関係	68
<b>第5章</b>	<b>惑星の運動</b>	<b>73</b>
5.1	ケプラーの法則	73
5.1.1	第1法則について	74
5.1.2	第2法則について	74
5.1.3	第3法則について	74
5.2	惑星の運動とニュートン	74
5.2.1	惑星の運動に対する運動方程式	74
5.2.2	角運動量の保存則(ケプラーの第2法則)	75
5.2.3	エネルギーの保存則	76
5.2.4	惑星の軌道	77
5.2.5	惑星の位置の時間変化とケプラーの第3法則	78
5.3	惑星の場合(ケプラーの第1・第3法則の導出)	80
5.4	惑星の軌道要素	81
5.5	日心黄道直交座標上での惑星の位置	82
5.5.1	地球の位置表示	82
5.5.2	木星(一般の惑星)の位置表示	83
5.6	地心黄道直交座標系での太陽と惑星の位置	84
5.7	地心赤道直交座標系での天体の位置表示	84
5.7.1	地心赤道直交座標系での太陽の位置表示	85
5.7.2	地心赤道直交座標系での木星の位置表示	85
5.8	地心地平直交座標系での天体の位置表示	86
5.9	任意の時刻における太陽と惑星の位置の求め方	86

## はじめに

真夏に高い山の頂から夜空を眺めれば、満点を横切る白い帯状の天の川と、明るく輝く無数の星が目飛び込んできます。古くから人類は夜空の美しさに魅せられて、多くの物語を育んできました。その一方で、遠くの星を背景に、いつの間にかその位置を変えている惑星などの詳しい観測から、季節の移り変わりが示す時の過ぎ行き方に、規則正しいルールがあることを発見しました。この発見が、最初の自然科学とも言うべき天文学の誕生を促したと言えるでしょう。

夜空の美しさとその背後にある秩序が、豊かな文化の創造と自然科学の育成に果たしてきた役割は、計り知れないものがあります。‘もしも、毎日が曇り空だったら’、人類は厚い雲の外側にある星空の存在に、気づくことはなかったかもしれません。そして、星空を舞台にした様々な芸術が生み出されることもなく、現在自然の構造を理解する上で重要な役割を果たしている物理学のあり方も大きく違っていただろうでしょう。‘もしも、毎日が曇り空だったら’は、あくまでも仮想的な話ですが、街の灯りに囲まれて生活している私たちは、天の川や暗い空に瞬く星の光を眼にする機会が少なくなっているという意味で、星の見えない‘仮想的な’夜空の下で過ごしていると言えます。

先人がそこから多くの刺激を受けた星空と接触する機会が、少なくなりつつある状況を変えることを目的に企画されたのが、現在筆者たちが進めている「インターネット望遠鏡ネットワーク構築」のプロジェクトです。これはインターネットが広範に普及している状況を利用して、インターネット経由でアクセスできる望遠鏡を国内外に設置することを目的としています。これらのインターネット望遠鏡を結ぶネットワークを構築し、それを一般に公開することによって、小・中・高校から大学までの教育現場や社会教育現場から、また日常的に個人の自宅から、様々な天体の画像を撮影し、天体の運動に関するデータを取得できることとなります。

‘人間’と‘宇宙’の関わりを表す‘天文’という言葉は大変意味深いものであり、そこには‘目’に見える魅力と、その背後に隠されている‘秩序’がもつ美しさへの認識が込められています。現代人が失いつつある‘天文’の言葉に秘められた二重の魅力を、多くの人々に再発見していただきたいという願いを込めて、筆者たちが進めている「インターネット望遠鏡ネットワーク構築」プロジェクトの内容と、その現状を紹介することが本書の目的です。望遠鏡の視野に映る美しい天体の画像を自分で撮影してみること、また天体の運動を司る法則を自分で観測したデータに基づいて検証してみること、それは多くの人が一度は試してみたいと思ったことのある夢です。インターネット望遠鏡を利用してそれが可能となることは、‘天文’への新しい取組の可能性を拓くものとなるでしょう。

本書の第一部では、インターネット望遠鏡について紹介します。まず、第1章では、インターネット望遠鏡ネットワークの魅力を解説します。インターネット望遠鏡の魅力の最たるものは、天体観測の経験のない初心者が‘いつでも、どこでも’容易に天体を観測し、その画像やデータを自分のパソコン上に取り寄せることを可能にすることにあります。第2章では、慶應義塾大学と五藤光学研究所が開発したインターネット望遠鏡とそのネット

ワークの利用の仕方を説明します。第3章ではその応用について考察します。教育現場におけるインターネット望遠鏡を利用したカリキュラムの例として、木星の4個の衛星を継続観測する課題を取り上げます。小・中学生の場合には、木星に対する衛星の位置の移り変わる様子から、これらの衛星が木星の周りを周回していることを実感できるでしょう。また、高校生および大学1・2年生の場合には、これら4個の衛星の観測データから、その公転運動においてケプラーの第3法則が成り立つことを検証できます。さらに、もう一歩進めて、木星の質量を測定できることもわかります。これらの課題と取組む方法を、実際の観測例をまじえて説明します。

第二部では、天体観測とそのデータ解析に有用な、天文学の初歩的な知識についてまとめておきます。まず第4章で、天体の位置の表し方について説明します。これは目的の天体を望遠鏡の視野に導入するときには有用な知識ですが、これまで天体観測をした経験のない人には馴染みの薄いものです。最近では、市販の望遠鏡で天体の名称を指定するだけで、目的の天体を捉えることのできる天体自動導入の機能が付いているものが多いので、望遠鏡で天体を観測する上で必要不可欠な知識ではありません。インターネット望遠鏡を用いて天体を観測する場合にも、手元のパソコンで目的の天体を指定するだけで、大部分の天体を自動導入する機能が付いていますので、第3章の知識は必ずしも必要ではありません。それでも、インターフェイスに用意されているナビゲータのリストに載っていない天体を観測する場合や、次章で説明するように惑星の位置を自分で求めてみようとする場合には、天体の位置の表し方に関する知識は非常に重要なものとなります。

次に第5章では、惑星の運動について解説します。惑星の運動は、主として太陽とその惑星間に作用する重力の影響で決まりますが、その天体が衛星を持っている場合にはそれらの衛星との間で作用する重力や、他の惑星との間で働く重力も、惑星の公転運動に対して僅かに影響を及ぼします(多体効果)。さらに、一般相対性理論から導かれる相対論的な効果も、惑星の公転運動に小さな影響を与えます(相対論的效果)。しかし、これらの影響は太陽と惑星間の重力による影響に比べて非常に小さいことから、本書の目的とする範囲では(1~2年間の惑星の運動に注目する限り)、これらの多体効果と相対論的效果は無視することが出来ます。そのため本書の取り扱いでは、惑星の運動を、その惑星と太陽間の重力のみを考量した2体問題として考えることにします。この範囲で、ニュートン力学から得られる惑星の位置を、時間を追って求める式が与えられています。

惑星の運動に関して、物理学の教科書(力学の教科書)ではケプラーの3法則が成り立つことは示されていますが、時間を追っている惑星の位置を求める式まで与えられていることはほとんどありません。一方、天文学関係の教科書では、惑星の位置を表す式に表れる係数は数値的に与えられていて、惑星の離心率や軌道傾斜角等(これらを惑星の軌道要素といいます)が式の中にどのように反映されているか分かり難いものが多いようです。上で述べたように、第5章では他の惑星からの影響等を無視した範囲で、惑星の軌道要素が見える形で時間を追って惑星の位置を求める式を与えています。この式を用いることによって、例えば離心率が仮にゼロの場合、様々な現象がどのように影響を受けるかなど、通常の考察とは別の観点から天体現象を眺めてみる事ができることとなります。第二部の内容は、自分自身の観測データを使って、実際に天体の運動を解析する場合に、

大いに参考になるものと思います。

今後、多くの方々にインターネット望遠鏡を利用して、宇宙の限りない魅力に触れて頂くことを期待し、本書がその一助となることを願っています。



## 第I部

# インターネット望遠鏡の魅力



# 第1章 インターネット望遠鏡の魅力

## 1.1 インターネット望遠鏡プロジェクトの目指すところ

「天喜二年四月中旬以後、丑時客星出…」(名月記：藤原定家)は、日中でも見える明るい星が突然現れたことを記したものであり、1054年に観測された超新星爆発の貴重な資料です。この記録が示すように、超新星爆発で明るく輝く星が見える場合には、お昼の時間帯でもその天体を観測することは可能ですが、日中でも観測できる程明るく輝いた超新星爆発が観測された例は、長い歴史の中でもあまり多くありません。そのため、昼に観測できる天体と言え、多くの場合太陽に限られることになります。

太陽以外の様々な天体を観測することを目的とするときは、夜間の天体観測を行うこととなりますが、教育現場で夜間の天体観測を実行することは、それが可能であったとしても度々実行できることではありません。それでも、多くの困難を乗り越えて夜間の天体観測を目指して準備を整え、満を持してそのときのくるのを待ったとしても、当夜が雨天となれば天体を観測することは諦めなければなりません。

天文学は物理学の母であり最初の自然科学とも言うことができます。自然科学の教育では実験が重要な役割を果たしますが、他の自然科学科目の場合における実験と同様に、実際に天体を観測することは、天文学の理解に極めて重要な意義を持っています。それにもかかわらず、教育のいろいろな現場で天体観測が行われる機会が少ないこと背景には、天体観測をカリキュラムに取り入れにあたって直面する上記した2つの困難

- 天体観測は主に夜間に行われること
- 天体観測は観測地の天候に左右されること

があります。

天体観測をカリキュラムに取り入れるに当たってのもう一つの障害として、夜間の様々な照明によって夜空が明るくなっていることがあります。その結果、学校等の教育施設がある多くの地域で、夜空に輝く星をほとんど観測できなくなっている状況が起きています。そのため、現在の学校教育では天体観測を取り入れることが少なくなり、そのことが望遠鏡は用意されていても望遠鏡を扱うことのできる指導者がいない状態を招いています。このことから、天体観測をカリキュラムに取り入れにくい理由として、既に述べた理由に加えて

- 街の灯りの影響で夜空が明るくなっていること

- 望遠鏡を扱える指導者が少ないこと

を挙げることもできるでしょう。

インターネット望遠鏡ネットワークを構築するプロジェクトの目的は、インターネットを利用して天体観測をより容易に行える環境を整えることであり、その結果多くの教育現場で天体観測を取り入れた授業・講義が行われるようになることを目指すものです。インターネット望遠鏡は、遠く離れた場所に設置された望遠鏡がその視野に捉えている天体の画像を、リアルタイムで手元のパソコン上に取り寄せることを可能にする機能を持っています。プロジェクターを介して、スクリーン上に映し出されたパソコン上の天体画像は、遠隔地の望遠鏡の視野に捉えられているその夜空の天体であり、それは現地で夜に実際に望遠鏡で眺める天体と同じ美しさを見せてくれます。さらに、手元のパソコン上に取り寄せた画像を保存することによって、天体に関する様々なデータをデジタル情報として記録し、それらのデータを解析して天体の質量等を測定することも可能となります。

この後で詳しく紹介しますように、上で述べた機能を持つインターネット望遠鏡を国内外の多くの場所に設置し、それらをインターネット経由で結ぶネットワークを構築することによって、天体観測をカリキュラムに取り入れる上で障害となっていた困難が取り除かれることとなります。現在、慶應義塾大学と五藤光学研究所が共同で取り組んでいるプロジェクトの狙いはまさにこの点にあります。

## 1.2 インターネット望遠鏡とそのネットワーク

インターネット望遠鏡とは、遠隔地に天体を自動導入できる機能をもつ望遠鏡を設置して、研究室や教室または自宅からインターネット経由でこの望遠鏡にアクセスし、目的の天体を観測して、その画像を手元のパソコンの画面上で見たり、その天体に関するいろいろなデータをパソコン上に保存するためのシステムのことです。

また、このようなインターネット望遠鏡を、緯度と経度の異なる世界各地に設置して、これらを一元的に管理するためのコントロールセンターとその望遠鏡群を、インターネット経由で接続するためのネットワーク・システムを、インターネット望遠鏡ネットワークといいます。

図 1.1 は、慶應義塾大学インターネット望遠鏡ネットワークの説明図です。この図からわかりますように、コントロールセンターは慶應義塾大学日吉キャンパスに置かれています。また、インターネット望遠鏡は現在、東京都府中市の五藤光学研究所屋上（府中望遠鏡）と、アメリカ合衆国ニューヨーク州にある慶應義塾ニューヨーク学院キャンパス（NY 学院望遠鏡）に設置され、これらがインターネット経由で日吉キャンパスのコントロールセンターに接続されています。

望遠鏡の利用者は、自宅または研究室および講義室等の教育現場から、インターネット経由でコントロールセンターにアクセスして、まずユーザー登録をする必要があります。その後、コントロールセンターが用意した望遠鏡操作のインターフェイスを利用して、府中望遠鏡または NY 学院望遠鏡に接続し、手元のパソコンからそれらの望遠鏡を操作しな

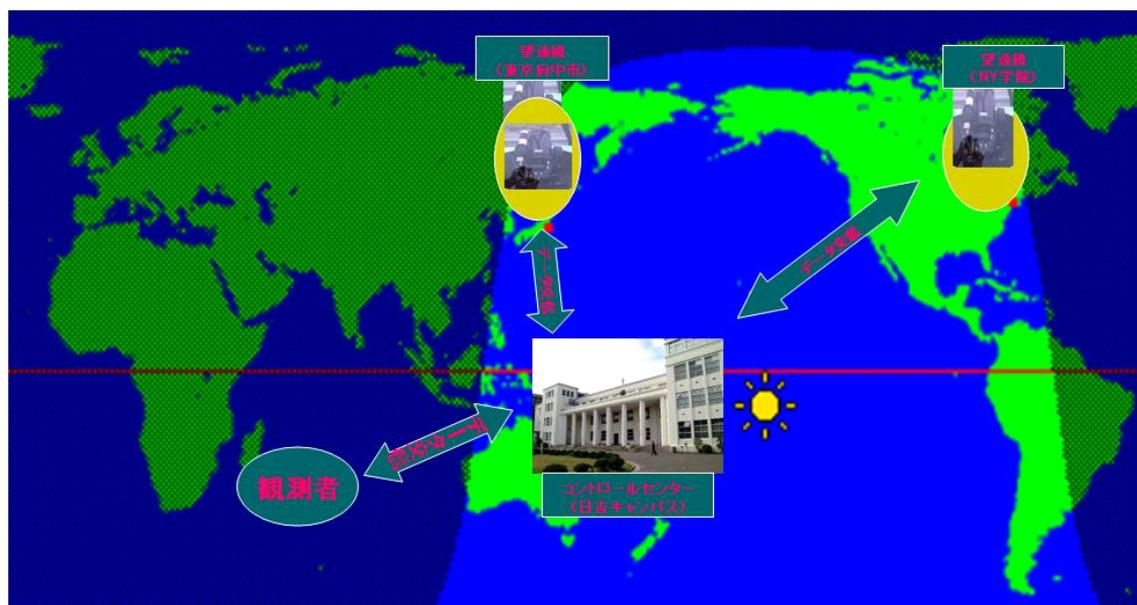


図 1.1: インターネット望遠鏡ネットワークの説明図

から、目的の天体を観測することが出来ます。さらに、観測中の画像等のデータを、手元のパソコンにデジタル情報として取り寄せ、それを保存して後の解析に使用することも可能となります。

インターフェイスは、インターネット望遠鏡の操作機能を決めることになる重要なものです。慶應義塾大学インターネット望遠鏡ネットワークのインターフェイスは、以下の特徴をもつ仕組みで作られています：

#### インターフェイスの特徴

- インターネット望遠鏡ネットワークの説明図 1.1 からわかりますように、これらの望遠鏡にはインターネット環境のある世界中いたるところの教育・研究現場からアクセスすることができます。そのため、慶應義塾大学の枠を超えて、日本国内および国外の小・中・高校および大学の教育現場で、また社会教育の場において、インターネット望遠鏡を利用した天体観測を行う教育が可能となります。これらの望遠鏡は設置場所が夜間のときだけ稼働するように設定してありますので、インターネット望遠鏡を利用する人のいる場所が夜であったとしても、そのときアクセスした望遠鏡が置かれている地域が日中であれば、その望遠鏡は稼働しないこととなります。本インターフェイスでは、観測者がこのネットワークにアクセスした時刻の昼間と夜間の地域を、世界地図上で一目で分かるように示してあります。図 1.1 の世界地図はその一例ですが、暗い場所は夜間の地域、明るい場所は昼間の地域を表します。

従って、この図の時刻では、府中市とニューヨーク市は、両地域ともまだ日中であり、この2ヶ所に設置されている望遠鏡は待機状態にあり稼働しないことがわかります<sup>1</sup>。

- 望遠鏡を操作できるのは一人の観測者だけですから、異なる場所にいる複数の観測者が、例えばNY学院望遠鏡に同時にアクセスして、それを操作することは出来ません。しかし、冬季などには、同じ時刻に府中市とNY市がともに夜間であるときもありますので、その場合にはこれらの場所に設置した2台の望遠鏡はともに稼働します。このときには、異なる観測者がそれぞれ別の望遠鏡にアクセスし、これらの望遠鏡を用いて独立に天体を観測することができます<sup>2</sup>。
- 望遠鏡が使用可能な状態にある場合に、実際にその望遠鏡にアクセスしても、望遠鏡が置かれている場所が、雨天や曇天などの場合には、天体の観測には適しません。
- このため、遠隔地に設置してある望遠鏡にアクセスする場合には、操作画面にログインする前に予め、望遠鏡が置かれている場所が夜間であるか、その地域の天候状態が天体観測に適しているか、他の人が既に望遠鏡を使用していないか、等の望遠鏡の使用状況を調べる必要があります。本インターフェイスでは、望遠鏡の操作に入る前に、これらの情報を調べる事が出来るように設計されています。
- 惑星や月および主な恒星と銀河等、観測対象となる機会の多い天体は、その天体の名前だけで望遠鏡に導入できる天体自動導入の機能を持っています。このとき、導入したい天体が望遠鏡が置かれている場所で地平線上になければ、それを導入しても観測することはできません。そのため、この自動導入のためのナビゲーターでは、観測時刻に目的の天体が望遠鏡の置かれた地域で地上にあるか否かを示すことができるようになっています。
- 他の観測者が操作している望遠鏡の画像を、望遠鏡操作画面にログインすることなく閲覧することが出来ます。これは、望遠鏡を操作できる観測者が一人に限られるという不都合を補う機能であり、複数の教育現場で同じテーマの観測課題に取り組む場合等に威力を発揮します。
- 望遠鏡を本格的に使うためには、ユーザー登録が必要となりますが、試用のみが目的の場合にはユーザー登録なしで、ゲストとしてログインして使用することが可能です。この機能によって、望遠鏡を試しに使ってみたいという希望を持っている人に、その門戸を広く開放しています。

<sup>1</sup>解説図の昼と夜の境界線は、アクセス時間が異なるごとに、次第に西に移動します。

<sup>2</sup>または、同じ観測者が2台のPCを用いて、別々の望遠鏡を操作することも可能です。

## 1.3 インターネット望遠鏡の魅力

肉眼で眺める夜空の美しさや、望遠鏡を通して見た天体の神秘さは、天文に興味をもつ人にとって極めて貴重なものです。インターネット望遠鏡を用いた天体観測で得られる画像は、美しさや神秘さにおいて引けを取らないだけでなく、従来の観測では得にくい天文学の別の魅力を提供します。以下に、インターネット望遠鏡と、そのネットワークの魅力をまとめます：

### 1. 何時でも（時差の利用）

経度の異なる場所に設置された望遠鏡にアクセスすることによって、観測地と望遠鏡が置かれた地域との時差を利用して、昼夜を問わず天体の観測が可能となります。その結果として

- 日中の講義時間に天体観測が可能

例 1：日本の昼間の講義時間に NY 学院の望遠鏡にアクセス

例 2：NY 学院の昼間の講義時間に府中の望遠鏡にアクセス

して、天体観測を取り入れた授業を行うことができます。

- 同じ天体を長時間連続観測することが可能

例：木星の衛星イオのように、短時間で位置を変える天体を、2ヶ所の望遠鏡を利用して1日に何度か観測し、その運動の様子を記録することができます。

- 長期にわたる継続観測が容易

例：木星の4個の衛星を教室や自宅などから観測することができるので、その公転運動を数週間にわたって継続して観測することが容易になります。

### 2. 何処でも（インターネットの利用）

インターネット環境のある世界の何処からでも、望遠鏡にアクセスすることが可能ですから

- 国内外の大学・高校等の講義・授業の教室から、インターネット経由で望遠鏡にアクセスし、オンラインで取得した画像をプロジェクターで映しながら、その天体について解説することができます
- 大学における市民講座・科学博物館やプラネタリウム等の施設での天文講座において、インターネット経由で得たオンラインの画像を使った講義が可能となります
- 自宅からアクセスすることも可能ですから、昼夜を問わず日常のスケジュールに合わせて、観測時間を調整することができます

### 3. 初心者でも

天体観測の初心者が、自分で望遠鏡を使って目的の天体を見てみたいと思っても、望遠鏡の選び方・扱い方（望遠鏡の組み立て方・天体を望遠鏡の視野に導入する手順）等、不慣れなことが多く、途中で投げ出してしまうことになりがちです。さらに、観測した天体のデータを取るためには、カメラ等の装置を用いて画像等を記録することが必要ですが、初心者にはこれもなかなか難しい作業です。インターネット望遠鏡を用いた天体観測では、以下の理由により望遠鏡操作とデータ取得が容易となり、初心者でも簡単に天体を観測し、そのデータを保存することができます：

- (a) 望遠鏡への天体導入・フォーカスと明るさの調整等は、全て手元のパソコンの画面で行うことができますので、インターネット望遠鏡のホームページからゲーム感覚で望遠鏡を操作して、目的の天体を導入することが可能となります。そのため、天体観測の初心者でも、天体観測で出会う最初の壁にぶつかることなく、天体の観測を始めることができるという大きな魅力があります。これは、これまで望遠鏡操作になじみの薄かった人が、天体観測を始めるときに直面した障壁を取り除けることを意味し、より多くの人が天体観測の魅力に触れることを可能にするという大きな意義があります
- (b) 天体の画像等のデータは、オンラインでデジタル情報として手元のパソコンに保存できます。そのため、取得した画像を画像処理のソフトを利用して加工することも可能となります。また、画面上の天体間の視距離等のデータと観測時刻等を同時に記録し、後のデータ解析に利用することができます
- (c) 課題とテーマの設定の仕方により、初等教育から研究の現場まで、独自にまたは共同でインターネット望遠鏡を利用した授業や講義を行うことが可能となります

その他、今後新しい利用法が開発されることによって、インターネット望遠鏡はさらに広範囲で利用されていくことが期待されます。

## 1.4 インターネット望遠鏡でできること

インターネット望遠鏡を利用してできることをまとめてみます。

### 1. 月面の観測

- 月面全図作成
- クレーターの高さ測定



図 1.2: 月面のクレーター

2. 惑星の観測



図 1.3: 土星

3. 惑星の衛星の観測



図 1.4: 木星の衛星 (ガリレオ衛星)

4. 恒星と連星の観測
5. 星雲・銀河の観測



図 1.5: オリオン大星雲 (M42)



図 1.6: 子持ち銀河 (M51)

6. その他突発的天体現象の観測



図 1.7: ホームズ彗星

## コラム1：日本における望遠鏡の歴史

望遠鏡の歴史は、1608年、オランダのミッテルブルクのガラス工場で、一人の眼鏡レンズ工が凸レンズと凹レンズの2枚を組合せて覗くと、遠くの物体が大きく見えることに気づいたときに始まります。望遠鏡の発明者が誰かという論議は300年もつづきましたが、現在は、ハンス・レップルシー（Hans Lippershey）だったとされています。望遠鏡発明のニュースはイタリアにも届き、翌1609年、ガリレオ・ガリレイは早速いくつかの望遠鏡を製作し、数々の天体を観測してその成果を発表しました。その業績によって、このような形式の望遠鏡を「ガリレオ式望遠鏡」と呼んでいます。それ以後の天文学の発展は、この望遠鏡の進歩によるところが多いと言えます。ここでは、望遠鏡が日本に渡来して以来、どのように発展していったのか、その概要を述べてみることにします。

足利末期の天文12年（1543）ポルトガル人を乗せた一隻のジャンク船が九州の南端、種子島に漂着し、島主の時堯（ときたか）に鉄砲を伝えました。世に言う「鉄砲伝来」です。こうして、日本までの航路が開かれると、キリスト教の宣教師たちがぞくぞくと日本にやってきて、西洋流の科学知識や文物を伝えることになります。当然、望遠鏡も伝えられたと思われませんが、確かなものとしては、慶長18年（1613）に、イギリスの東インド会社が派遣した艦隊司令官ジョン・セーリス（John Saris）が徳川家康に望遠鏡を贈ったという記録があります。その後、オランダと交易するようになると、幕府や長崎奉行などに、度々望遠鏡が献上されています。しかし、望遠鏡は軍事上の有力な武器となることから、幕府によって製作が禁止されたので、江戸初期において日本にあった望遠鏡は専ら舶来品が主であったと思われれます。

ここまでは日本への望遠鏡伝来についてまとめましたが、次に日本における望遠鏡製作の歴史をまとめて見ることにします。西川正休が享保5年（1720）に著した『長崎夜話草』によると<sup>3</sup>、日本で最初に望遠鏡を作ったのは浜田弥兵衛であるということになりますが、真偽のほどははっきりしません。ただ、入江脩敬の『天経惑問注解図巻』にも<sup>4</sup>、崎陽（今の長崎）で望遠鏡の製作が行われていたという記述がありますから、望遠鏡の最初の製作者が長崎の人であったことは間違いのないようです。

八代將軍徳川吉宗は望遠鏡を用いて天体を眺めていたといわれていますが、望遠鏡を天体観測に広く利用するようになったのは、麻田剛立とその門人たちです。三浦梅園の『贅語』から<sup>5</sup>、麻田剛立が望遠鏡を作り太陽や月面を観測したことが伺えます。麻田剛立は、いろいろな天体を観測していますから、望遠鏡を作ったことは確かなようですが、レンズまで自分で磨いたか否かは不明です。

わが国で、望遠鏡を多数製作し、世に広めたのは岩橋善兵衛（1756～1811）です。泉州貝塚の鯛屋に生まれた善兵衛は、生まれつき手先が器用で研究心が強く、何を考えたのか

<sup>3</sup>西川正休『長崎夜話草』；「長崎住人浜田弥兵衛というもの、壮年の頃蛮国へ渡り、眼鏡造り様を習ひ伝へ来りて、生島藤七という者に教へて造らしめたるより、今にその伝なり。」

<sup>4</sup>入江脩敬『点経惑問注解図巻』；「中世阿蘭陀望遠鏡ヲ製シテコレヲ蜜測ス。其器中華二人 吾邦二及ヒ。想像ヲ劣セズシテ。直ニ河漢ノ真面目ヲ窺フ事ヲ得テ少モ疑フベキナシ。而シテ望遠鏡ノ製 吾邦崎陽ノ鏡工其製ニナライテ之ヲ製作ス。実ニ昇平之幸也。」

<sup>5</sup>三浦梅園『贅語』；「麻子且曰我製レ器望ニ日月一。於レ日未レ見ニ??之象一。」

レンズを磨くことを覚え、家業の鯛屋から別に一家を持ってこつこつ研究を重ね、寛政5年(1793)37歳の時、「窺天鏡」と称する天体望遠鏡を作り上げました。これを京都の橋南谿の許へ持参して実験したところ、その精密さは当時オランダから輸入したものを超えると嘆賞されました<sup>6</sup>。また、寛政18年(1796)年には、日本全国の測量にあたった伊能忠敬のために、精魂込めて優秀な望遠鏡を作り忠敬を喜ばせたといわれています。善兵衛の望遠鏡は、対物レンズ1枚に正立レンズ1枚、接眼レンズ2枚からなるもので、筒は紙を何重にも巻き漆を塗った一閑張りや竹筒を用いています。

岩橋善兵衛と同じころ、望遠鏡の製作でその技に優れた者に麻田立達(1771~1827)がいました。立達は、麻田剛立の長兄綾部妥胤の第3子で、明和8年(1771)杵築に生まれました。名を直、号を俊翁といいます。剛立は室藤井氏との間に子がなかったので、寛政の中頃、立達を養子としました。しかし、立達は多病で剛立の没後は生活も困窮したので、間重富が立達に自立の道を講じさせるために、望遠鏡のレンズ研磨を薦めたのです。立達の望遠鏡は屈折望遠鏡で、問家や幕府の浅草天文台にも納められ、舶来品に勝るとも劣らないものであったといわれています。

一方、坂田郡国友村の鉄砲鍛冶の家に生まれた国友藤兵衛(1778~1840)は、江戸滞在中の文政3年(1820)、成瀬隼人正宅でイギリス製のグレゴリー式の反射望遠鏡を見て、その精巧さに驚き、将来、自分の手で望遠鏡を製作しようと決心します。しかし、その後10年余りは家業の鉄砲鍛冶が忙しく、望遠鏡の製作には取り掛かれませんでした。天保3年(1832)藤兵衛が55歳になったとき、ようやく長年の願いであった天体望遠鏡の製作に取り掛かることができました。真鍮製の筒や接眼部は長浜の小兵衛に外注し、自分は望遠鏡の生命とも言うべき反射鏡の製作に力を注いでいます。しかし、書物もなく指導者もない当時あっては、優れた鉄砲鍛冶の藤兵衛も苦心と失敗の連続だったに違いありません。数々の困難を工夫で乗り越えて、最初の天体望遠鏡を完成させたのは、製作を始めてから1年3ヶ月後の天保4年(1833)10月でした。藤兵衛が製作した望遠鏡は、銅と錫の合金を研磨した金属鏡で、グレゴリー式の反射望遠鏡です。現在、国友町の国友家、長野県の上田市立博物館、彦根の彦根城博物館、市立長浜城歴史博物館に合計4台が残っています。

その後、天体望遠鏡がどう発達していったのかは不明です。ただ、大正15年発行の中村要著の『趣味の天体観測』<sup>7</sup>、小さな望遠鏡でも海外から購入せざるを得ない当時の

<sup>6</sup>橋南谿『北窓瑣談』;「寛政の初に、和泉国貝塚の人岩橋善兵衛、日月星辰を見るべき望遠鏡を自身の工夫思慮を以て作り出せし。其望遠鏡出後二三年へて、阿蘭陀よりナクトケイキルといふ日月星辰を見る望遠鏡を渡せり。浪花の人此ナクトケイキルを求め得て、余が朋友も一覽せり。其見る所の日月星辰の真象、蛮製の目鏡と善兵衛製せし目鏡と、符節を合せるがごとくなりとぞ。善兵衛作は長大なる故に、一しほ明白にて勝れりと云。余が家にも善兵衛作の望遠鏡は所持して、其精妙なる事を知る。蛮製の物はいまだ見ず。先年より蛮製の望遠鏡諸所に有りと唱れども、皆虚説にて、余天下に歴遊して尋しかども、誰人所持といふ事を聞ること無しに、善兵衛日本にて始て作り出す頃に、また紅毛国よりも渡り来れるは、時運の開くる時節といふもの、奇妙なることなり。」

<sup>7</sup>中村要『趣味の天体観測』;「小口径の望遠鏡でさえ日本に於ては殆んど総てを海外より輸入しなければならない現状であって、素人にとっては望遠鏡の購入は甚だ面倒である。代理店によって購入するのは簡単な方法には違いないが、代理店を設けられて居る会社は極めて少数で、満足なものを選択し難い。代理店に依頼すれば比較的高価なものになってしまう。希望するものを求めようとすれば直接会社より輸入せねばならぬ。…」

状況を述べて、海外の望遠鏡製作所や代理店を紹介しています。そして、最後に「此の外に内地製のものとしては日本光学工業会社の製品がある。相当良いものは作られて居るが随分高価だ、場所は、東京市芝区三田豊岡町 日本光学工業会社」と記しています。

ここに登場している日本光学工業会社は、大正6年(1917)軍の要請で藤井レンズ製造所と東京時計、岩城硝子製作所が合併して成立し会社です。『ニコン75年史』を見ると、「大正9年末に欧米視察から帰国した藤井龍蔵は各国の天文機器に刺激され、ただちに大型天体望遠鏡の研究開発に着手した。11年3月から7月まで上野公園で開催された平和記念東京博覧会に20インチ(50cm)天体望遠鏡を出品し評判となった。……20インチと同じころ、地上用を主体とした6インチ(15cm)と4インチ(10cm)の望遠鏡を開発した。これらは屈折望遠鏡で、ポロ正立プリズムを備え、倍率交換は三頭レボルバーで行い、合焦にはラックピニオンを用いた、国産としては第一級のものであった。」とあります。

また、日本光学工業株式会社の『50年の歩み』には、「創立間もない1921年(大正10)ごろには、すでに口径5センチ、7.5センチ、10センチ級の望遠鏡が一般に市販され、続いて15センチ級のものも製作された。」とあります。従って、日本光学では、大正のはじめ頃から小口径の天体望遠鏡が作られていたことがわかります。

大正15年、日本光学を退職した五藤齊三は、三軒茶屋の自宅で2~3人の従業員とともに天体望遠鏡の製造販売を始めます。有効径25mm、焦点距離800mmの単レンズを日本光学から購入し、架台と三脚は土浦鉄工所に作ってもらい、ボール紙を幾重にも巻いた鏡筒に白いペンキを塗り、家内一同が車座になって組み立てたのが、後に「1インチ望遠鏡」と呼ばれる伝説の望遠鏡です。この望遠鏡を、科学画報社の販売部が一手に引き受けて販売したので、月に100台、120台、150台と売り上げを伸ばし、わずか1年たらずの内に五藤光学の望遠鏡は全国の小学校に行き渡ることになりました。

五藤光学では、昭和3年にダイアナ号(口径42mm)、カリスト号(口径38mm)、ヴィナス号(口径32mm)などの本格的な色消しレンズ付きの望遠鏡を発売し、昭和5年には、口径が58mm、焦点距離800mmのウラノス号を発売しました。この望遠鏡は、通称「58ミリ」あるいは、首の長い架台の形から「ビール瓶」と呼ばれ、プロ、アマを問わず天文家垂涎の的となりました。その後、口径10cmや15cm、20cmなどの本格的な据付型の屈折赤道儀を発売し、今日に至っています。

ここまでは日本における屈折望遠鏡製作に関する歴史ですが、次に反射望遠鏡の研磨に関する歴史をまとめておきます。江戸時代に国友藤兵衛によって始められた金属鏡による反射望遠鏡の製作は途絶えてしまいましたが、その後ガラス材を用いた鏡面研磨を伝えた人々がいます。高知県に生まれた山崎正光(1886~1959)は、地元の旧制中学校を卒業した後、単身アメリカに渡り、苦労してカリフォルニア大学の天文学科を卒業して帰国しました。その後、英語の教師や京都大学宇宙物理学教室の講師などを勤めた後、大正13年(1924)から昭和17年(1942)まで、水沢緯度観測所の技師として勤めています。山崎は、カリフォルニア時代に、イギリスで始まりアメリカに伝わったガラス材を用いた鏡面研磨法の知識を得たのでしょう。昭和元年(1926)に、『天体望遠鏡の作り方(付録・天文学独習法)』を出版します。これは主に、反射望遠鏡の鏡面研磨について述べたものですが、天体観測にも言及していて、この手のものとしてはわが国では最初の単行本です。



図 1.8: 1 インチ望遠鏡

山崎正光の後に現れたのが中村要（1904～1932）です。滋賀県真野村の資産家の家に生まれた中村は、同志社中学校時代に山本一清の講演を聞きすっかり天文ファンになります。そこで、大正11年（1922）中学卒業するとただちに山本教授を頼って京都大学宇宙物理学教室の志願助手として雇ってもらいます。そこで、夜は口径10cmの屈折望遠鏡で天体観測をし、昼は図書館で天文書をむさぼり読みました。当時、宇宙物理学教室には、10cmの屈折や18cm屈折、25cm反射などの望遠鏡がありましたが、若輩の志願助手には自由に使うことは許されませんでした。中村は自分専用の望遠鏡が欲しかったのでしょう。その年の暮れから、反射鏡の研磨を試みているのですが、当初は満足なものが磨けなかったようです。そこで、エリソンの『Amateur Telescope Making』を購入して読み、反射望遠鏡の歴史なども調べました。そして、昭和元年から本格的に鏡面研磨を行い、昭和7年（1932）28歳の短い生涯を終えるまでに284枚の反射鏡と、14個の対物レンズを磨いています。因みに、宇宙物理学教室に出入りしていた理化学機器販売業の西村治三郎は、中村要の望遠鏡の架台を製作するようになり、後に西村製作所を設立することになります。

この中村の後を継いだのが木辺成麿（1912～1990）です。錦織寺の首長職の長男として生まれた木辺成麿は、14歳の夏に『科学画報』に連載された中村要の「理想的な天体反射望遠鏡の作り方」を読み、鏡面研磨に興味を示します。さらに、山崎正光の本を読み、実際に研磨しますがうまく行かず、宇宙物理学教室に中村要を訪ねています。そこで中村要から直接指導を受けた木辺は、その後、15cm、16.5cm、18cmと研磨していきました。昭和7年（1932）に中村が亡くなると、山本一清に乞われて週に1～2日勤務する花山天文台員として中村の後を引き継ぎ、中村が契約し未納だった13cm鏡2面を作るなど後始

末を行っています。昭和8年(1933)年には鏡面製作も70面に達し、26cmの自分用の鏡も磨いています。また、昭和11年(1936)には、『天体望遠鏡の作り方』を誠文堂から出版しました。さらに、戦後の昭和25年(1945)に、研磨から離れるつもりで『反射望遠鏡の作り方』を刊行しましたが、意に反して鏡面を磨いて欲しいという注文が殺到し、昭和24年から25年まで20面以上も磨いています。その後も、30cm、40cmの鏡を磨き、こうして木辺成磨は鏡面研磨の名人となりました。

このように、日本における望遠鏡の歴史を見てくると、他の国、オランダ、イギリス、ドイツ、アメリカなどはどうだったのか気になってくるところです。

## 第2章 慶應義塾大学インターネット望遠鏡の利用法

### 2.1 インターネット望遠鏡へのアクセス法

インターネット望遠鏡を利用する場合の操作手順を、以下で順を追って説明します：

#### 1. ホームページにアクセス

インターネット望遠鏡のホームページにアクセスします。ホームページの URL は、<http://sylph.fbc.hc.keio.ac.jp/itp/pukiwiki/> であり、この URL から直接アクセスすることができます。また、インターネットの検索サイトから、「慶應義塾大学インターネット望遠鏡」を検索することによって、そのホームページにアクセスすることも可能です。図 2.1 は、慶應義塾大学インターネット望遠鏡のホームページとその

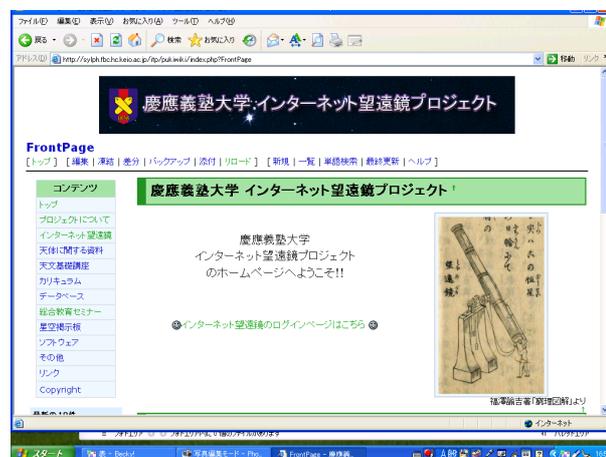


図 2.1: ホームページのトップ画面

トップ画面を表しています。

#### 2. ログイン画面の立ち上げ

図 2.1 のトップ画面上にある「インターネット望遠鏡のログイン画面はこちら」をクリックして、ログイン画面（図 2.2）を立ち上げます。

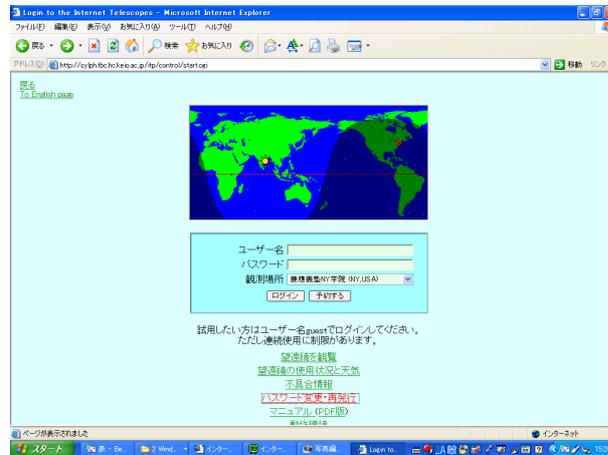


図 2.2: ログイン画面

### 3. ユーザー登録

ログイン画面の「パスワード変更・再発行」をクリックして、パスワード変更および一時パスワード発行画面（図 2.3）を立ち上げます。この画面で、一時パスワード発行欄にユーザ名と自分のメールアドレスを記入し、発行ボタンをクリックして仮パスワードの発行を受けます。

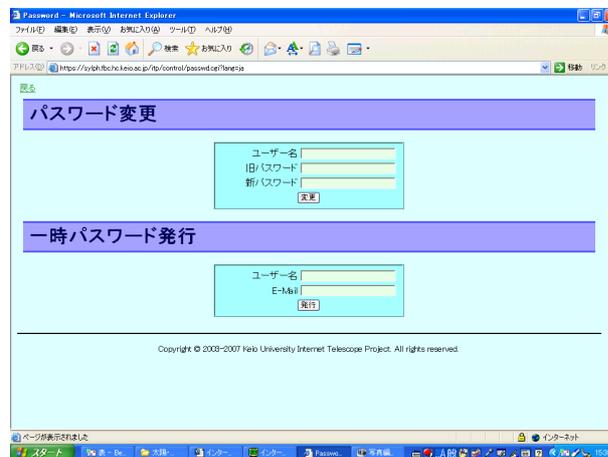


図 2.3: パスワード変更・再発行

### 4. パスワードの変更

自分自身のメールアドレスに、一時パスワード（仮パスワード）が送られてきますので、それを受け取ったらもう一度、パスワード変更および一時パスワード発行画

面に戻ります。この画面上のパスワード変更欄で、ユーザ名と旧パスワード（送られてきた一時パスワード）および新パスワード（今後望遠鏡にアクセスするときに使用するパスワード：自分で覚えやすいパスワード）を記入し、変更ボタンをクリックします。これで望遠鏡操作画面にログインする準備が完了します。

## 5. 望遠鏡の使用状況と望遠鏡設置場所の気象状況の調査

望遠鏡の使用を開始する前に、使用したい望遠鏡の現在の使用状況と現地の気象状況を調べます。ログイン画面で「望遠鏡の使用状況と天気」をクリックして、イン

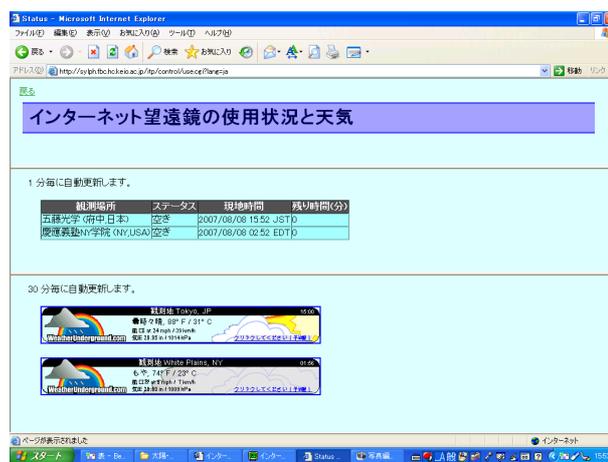


図 2.4: 望遠鏡の使用状況と天気画面

ターネット望遠鏡の使用状況と天気画面（図 2.4）を立ち上げて下さい。画面上にはその時間における東京（府中市）と NY（NY 学院）近辺の天気状況と、それぞれの場所に設置された望遠鏡の使用状況が表示されています。望遠鏡の使用状況を調べ、使用したい望遠鏡が「空き」と表示されていれば使用可能状態であることを示し、「使用中」の場合は「残り時間（分）」の欄で使用可能になるまでの待ち時間（分単位：最長で 30 分）が表示されます。

## 6. 望遠鏡にアクセス

いよいよ望遠鏡にアクセスします。まず、ログイン画面で「ユーザー名」と「パスワード」を記入します。次に、観測場所で、使用したい望遠鏡の設置場所として「五藤光学」か、「慶應義塾 NY 学院」を選択し、最後にログインボタンをクリックして、望遠鏡の操作画面を立ち上げます。図 2.5 の画面が立ち上がれば、望遠鏡へのアクセスに成功したことになります。

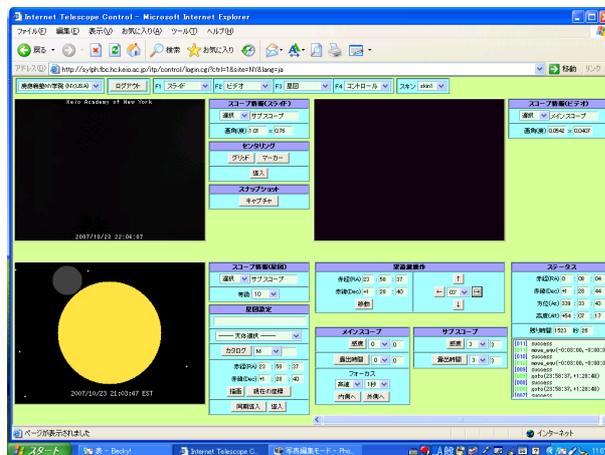


図 2.5: 望遠鏡操作画面

## 7. ログアウト

次は、立ち上げた操作画面で望遠鏡を操作し、天体観測をすることになりますが、望遠鏡の操作法については以下で改めて説明することにして、ここで必要な観測が終了した後の観測終了の手続きを説明しておきます。一連の天体観測が終了したときは、望遠鏡操作画面の一番上のフレームにある「ログアウト」ボタンをクリックすることによって、望遠鏡の稼働を止めることができます。望遠鏡を連続して操作できる時間は最長で 30 分に設定してありますので、稼働停止の操作を取らなくても時間が経てば自動的に操作終了となりますが、観測するために望遠鏡が空くのをお待ちしている人がいる可能性があります。そのため観測を終了する場合は、必ずこの操作で望遠鏡へのアクセスを終えるようにしてください。

## 2.2 インターネット望遠鏡の操作法

インターネット望遠鏡の操作は、望遠鏡操作画面 2.5 上で行います。以下順を追って操作法の説明をします。

### 2.2.1 操作画面の説明

操作画面の一番上の細長いフレームをメニューフレーム、左上の枠をフレーム 1、右上の枠をフレーム 2、左下の枠をフレーム 3、右下の枠をフレーム 4 と呼びます (図 2.6 参照)。初期状態では、1 から 4 のフレームは

- フレーム 1 : スライド (静止画による画像)

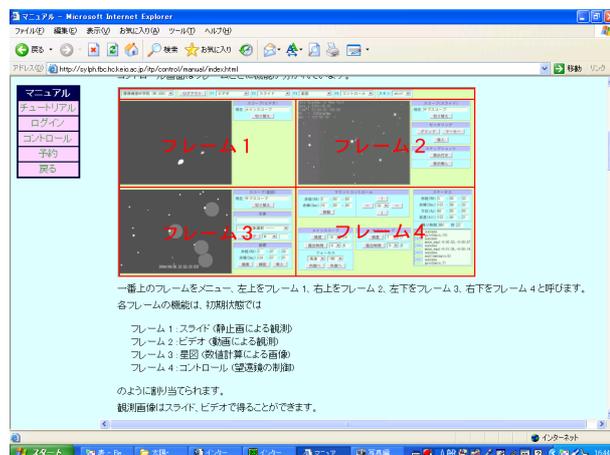


図 2.6: 望遠鏡操作画面の説明

- フレーム 2 : ビデオ (動画による画像)
- フレーム 3 : 星図 (数値計算で求めた天体の配置図)
- フレーム 4 : コントロール部分 (望遠鏡の制御部分)

に設定されていますが、各フレームの機能はメニューフレームで切り替えることができます。

次に各フレームの役割について説明します。

### 2.2.2 メニューフレーム

2.7はメニューフレームであり、左から順に、観測場所、「ログアウト」ボタン、フレーム選択タブ (F1, F2, F3, F4)、スキン選択タブ、となっています。各パートの役割は



図 2.7: メニューフレーム

#### ● 観測場所

現在アクセス中の望遠鏡の設置場所 (観測場所) を表します。望遠鏡の操作はしないで観測中の画像の閲覧だけをする場合 (閲覧モードの場合: 後述) ここで観測場所を選択することができます。

- 「ログアウト」ボタン

観測を終了するためのボタンです。望遠鏡の操作を終えるときは、必ずこの「ログアウト」ボタンをクリックして終了してください。この「ログアウト」ボタンをクリックするまでは、操作画面を終了しても望遠鏡操作のための1回の持ち時間（最大で30分）が終わるまで、望遠鏡は稼働状態にあり、他の観測者が望遠鏡の操作を始めることが出来ません。

- フレーム選択タブ

F1~F4は、それぞれフレーム1~フレーム4に対応しています。各選択タブで、それぞれのフレームの内容を入れ替えることが出来ます。選択できる機能としては、

スライド   ビデオ   星図   コントロール   空白

が用意されています。

- スキン選択タブ

予備用に設けられています。

### 2.2.3 フレーム F1~F4 の機能

フレーム F1~F4 に用意された各機能の役割は、次のようになります。

#### 1. スライド

スライドを選択したときは、観測している天体の画像を静止画で見ることが出来ます。画像は4秒おきに自動更新されます。表示された画像には僅かなタイムラグ（望遠鏡設置場所との交信に要する時間等の）があり、実際は数秒前の画像が届くことに注意してください。

図 2.8 はスライド画面ですが、その右側にある各項目は、以下の機能を表します。

##### (a) スコープ

スコープは「選択」ボタンで、サブ（望遠鏡）の画像とメイン（望遠鏡）の画像、または広角（広視野望遠鏡）の画像<sup>1</sup>を選択することが出来ます（切り替わるまでにタイムラグがあるので、1回クリックしたら数秒待ってください）。

##### (b) センタリング機能

この機能を使うと画面上にある任意の天体の画像を、ワンタッチで画面の中央に移動させることが出来ます（望遠鏡の向きを移動させて）<sup>2</sup>。センタリングするためには、まず移動したい天体の画像（または場所）をクリックして、そ

<sup>1</sup>NY 学院の望遠鏡には現在、広角（広視野望遠鏡）は設置してありません。

<sup>2</sup>一度のセンタリングで画像が完全に中央に移動しないときは、再度センタリングを実行してください。

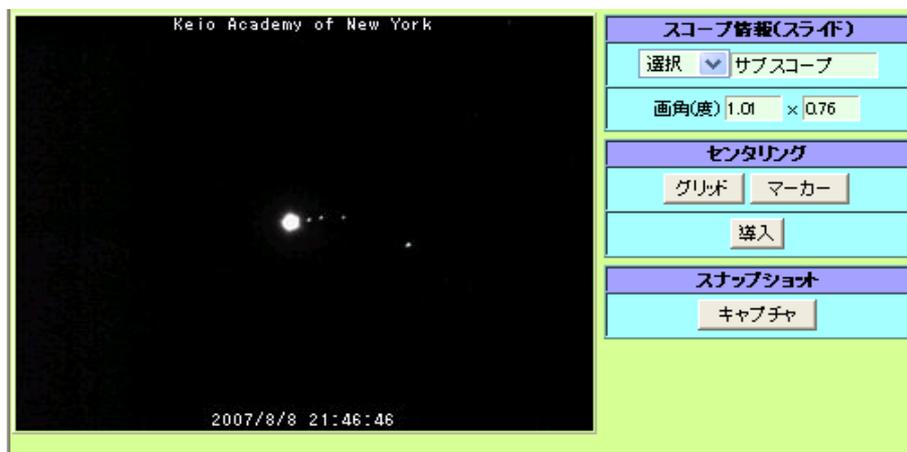


図 2.8: スライド画面

の場所にマーカー‘ + ’を付けます。次に、「導入」ボタンをクリックすると、マーカーが付いた天体の画像（場所）が画面の中央に移動します。

「グリッド」ボタンをクリックすると、縦横の線からなるグリッドと、画面中央に小さな四角の枠が表示されます。四角の枠が主望遠鏡の視野に対応していますので、この枠内の天体を主望遠鏡がとらえることができます。目的の天体を主望遠鏡で観測するには、第1段階としてその天体をサブ望遠鏡の画面に導入し、その画面上で目的の天体の画像を画面中央の枠の中に移動させることにより、主望遠鏡の視野に目的の天体を導入することが可能となります<sup>3</sup>。

画面上に記されたマーカーは、「マーカー」ボタンをクリックすることにより消去できます。

#### (c) スナップショット

スナップショットのキャプチャボタンをクリックすることによって、スライド画面の静止画を大きいサイズの静止画として表示することが出来ます（図 2.9）。スナップショットの画面上で異なる2点をクリックすると、その2点に‘ + ’のマーカーが付き、同時に画面の右側にある距離の欄に、この2点間の角度が（°）単位で表示されます。マーカーの付いた2点が2つの天体である場合、表示された角度は地球から見たときの、これらの2つの天体間の分離角（これを視距離という）を表します。図 2.9 は、木星とその4個の衛星のスナップショット画面を例示したものであり、木星とその衛星の一つに‘ + ’のマーカーがついています。また、距離の欄に表示された数値は‘ 0.06303 ’となっていますから、木星とこの衛星の視距離を  $\theta$  で表したとき、 $\theta = 0.06303^\circ$  であることが分

<sup>3</sup>この手続きは、望遠鏡で直接天体を観測する際にも、視野の広いサブ望遠鏡（ファインダー）の画面で天体をとらえ、それが視野の中央になるようファインダーの方向を調節することにより、主望遠鏡の視野で目的の天体をとらえるのと同じ操作です。

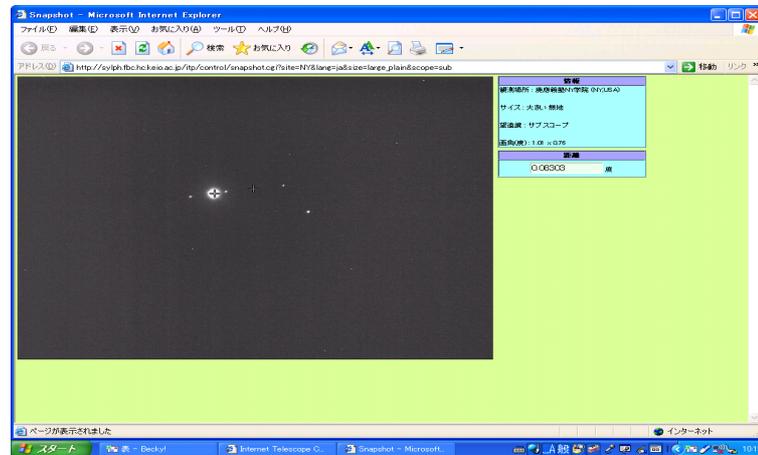


図 2.9: スナップショット画面

かります。

## 2. ビデオ

望遠鏡で見ている天体を、動画で表示します。スライド画面より遅れた画像が表示されます。画面右側のスコープ欄でメイン（望遠鏡）とサブ（望遠鏡）または広角（望遠鏡）の画面に切り替えることができます。

## 3. 星図

図 2.10 は星図フレームです。

- (a) 左側の画像は現在望遠鏡が向いている方向付近の天体図を示しています。この画像上には、恒星は白色、惑星とその衛星はピンク色、星雲・星団は灰色で表示されます。
- (b) 右欄のスコープで、画面をメイン（望遠鏡）かサブ（望遠鏡）または広角（望遠鏡）の視野に切り替えることができます。また、等級を選択することにより、指定した等級以上の明るさをもつ天体を表示できます。画面上の天体の位置にマウスを移動させることによって、最上段のボックスにマウスが示す天体の名称を表示することができます。
- (c) 「一天体選択」ボタンをクリックすると、図 2.11 のように右の欄に代表的な天体の名前が表示されます。観測地（アクセス中の望遠鏡の設置場所）において、観測時刻に地平線上に昇っている天体は黒色文字、地平線下に沈んでいる天体は水色文字で、これらの天体の名前が表示されます。図 2.11 の例では、火星・木星等は地平線の上であり、月・土星等は地平線の下にあることを示しています。黒色文字で表示された天体をクリックすると、対応する天体を中心と



図 2.10: 星図画面

し、その近傍にある天体が星図画面に表示されます<sup>4</sup>。

- (d) 「 - 天体選択 - 」にリストアップされていない銀河・星雲を、星図画面に表示させたいときは、カタログ欄で M または N を選択し (M または N は銀河・星雲のカタログ番号の区別を表します)、右の四角の箱に希望する銀河または星雲の番号を入力し、最後に「カタログ」ボタンをクリックすると、該当の銀河・星雲を画面中央に表示することができます。
- (e) 「 - 天体選択 - 」欄にリストアップされていない恒星等の天体については、その天体の位置座標 (赤経・赤緯) を<sup>5</sup>、それぞれ赤経・赤緯の欄に記入し、描画ボタンをクリックすることにより目的の天体を星図画面中央に表示できます。
- (f) 上記手続きで星図画面に表示された天体をクリックすると、その天体の赤経と赤緯が固定されます。その状態で、[導入] または [同期導入] ボタンをクリックすることによって、望遠鏡がその天体の方向に移動し、サブ (望遠鏡) またはメイン (望遠鏡) の視野に入ってきた天体の画像が、F1 フレームと F2 フレームに映し出されます。

#### 4. コントロール

図 2.12 は、コントロールフレームを示しています。このフレームでは、望遠鏡の方向と明るさを調整します。さらに望遠鏡の状態も表示します。

##### (a) 望遠鏡操作

望遠鏡操作欄の赤経・赤緯ボックスに赤経・赤緯を記入して、移動ボタンをクリックすると、その座標の方向に望遠鏡の向きが移動します。[↑], [←], [→], [↓]

<sup>4</sup>もし水色で表示された天体をクリックすると、星図画面には対応する天体を中心とする領域の天体が水色で表示されますが、これらの天体は地平線下に沈んでいるため観測不可能であることを意味しています。

<sup>5</sup>天体の座標については第 3 章で説明します。



図 2.11: 天体選択ボタンをクリックしたところ

の各ボタンをクリックすると、矢印の方向に望遠鏡の向きが移動します。中央にあるタブは、ボタンを一回クリックしたときの移動角で、単位は分（1分 = 1/60度）です。

(b) メインスコープ

主望遠鏡（メインスコープ）の感度、露出時間、フォーカスを調整します。感度はCCDカメラの信号の増幅度です。左から「感度」ボタン、感度選択タブ、現在の感度値となっています。感度選択タブで値（0～10）を選んで、「感度」ボタンをクリックすることによって感度値を設定します。感度が上がるほど画像は明るくなりますが、その分ノイズが多くなります。

露出時間は受信した光のエネルギーを蓄積する時間です。左から、「露出時間」ボタン、露出時間選択タブ、現在の露出時間となっています。露出時間選択タブで値（0～9）を選んで、「露出時間」ボタンをクリックすることで「露出時間」を設定します。蓄積する時間が長いほど画像は明るくなり、ノイズが減ります。しかし、「露出時間」が長くなると、天体や望遠鏡の微動が原因で像のシャープさが劣化することがあります。

フォーカス調整でピントを合わせます。タブで動かす速さと、何秒動かすかを選ぶことができます。「内側へ」ボタンをクリックすると望遠鏡は内側へ、「外側へ」ボタンをクリックすると外側へ動きます。実際に動かしてみてピントを合わせてください。

(c) サブスコープ

副望遠鏡（サブスコープ）の調整をします。方法はメインスコープと同様ですが、サブスコープにはフォーカスはありません。

(d) ステータス

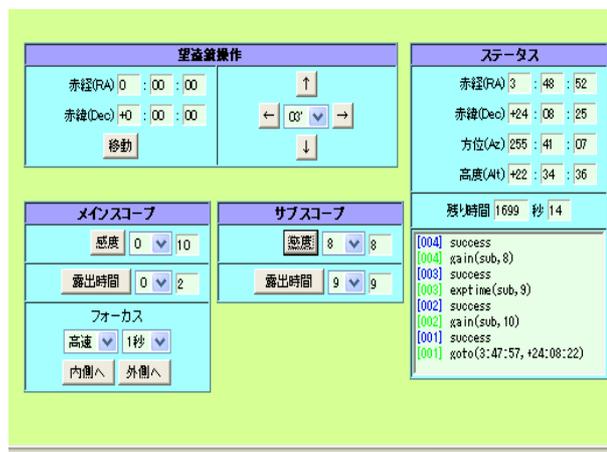


図 2.12: コントロール画面

現在の望遠鏡の状態を表示します。

上の枠には、実際に望遠鏡が向いている方向が、2種類の座標系、赤道座標系（赤経, 赤緯）と地平座標系（方位, 高度）で表示されます。赤経は時・分・秒単位で、他の座標値は角度の度・分・秒単位で表されます<sup>6</sup>。

真中の枠には、望遠鏡を使用できる残り時間が表示されます。その右欄には望遠鏡に指示を送ってから経過した秒数が表示されます。

下の枠は望遠鏡への指示の状態を表示します。エラーは赤色文字で表されます。

<sup>6</sup>天体座標系の詳細は第3章で説明します。



## 第3章 インターネット望遠鏡の応用 —ケプラーの第3法則の検証と木星の 質量測定—

本章では、インターネット望遠鏡の応用について考えてみます。前章では、インターネット望遠鏡でとったいろいろな天体の画像を例示しましたが、月面（主望遠鏡）、土星（主望遠鏡）、オリオン大星雲（副望遠鏡）、子持ち銀河（副望遠鏡）など、インターネット望遠鏡を利用して撮影した様々な天体の画像やデータを手元のパソコン上に保存することが出来ます。これらの画像やデータを用いた教育カリキュラムを考えるのが本章の目的ですが、以下では、その典型的な例として木星のガリレオ衛星（イオ、エウロパ、ガニメデ、カリスト）を数週間にわたって継続観測し、その観測データを用いて衛星の運動の様子を調べるテーマを考えてみます。

### 3.1 ケプラーの法則

自然界の全てを包み込んでいるものが宇宙です。われわれひとりひとりを始めとして、自然界に存在するあらゆるものは時間の経過によって形を変え、ついには消えていく運命にあることを多くの人は悟っていましたが、それでも自然界の総体としての宇宙だけは永遠不滅の存在であると長い間信じて疑わなかったものです。現代の宇宙物理学は観測事実によって、人類が持ち続けてきたこの固い信念さえも打ち砕き、宇宙もその内部の全ての存在と同様に時間の経過によって変化することを明らかにし、宇宙誕生の謎を解明する課題に取り組んでいます。

宇宙誕生の謎と宇宙の未来を科学的に解明することは重要な課題であり大変興味深いテーマですが、この問題の科学的意味をより深く理解するためにも、われわれに最も身近な天体系である太陽系の構造と宇宙におけるその位置づけを知ることが大切です。太陽系は、一個の恒星としての太陽とその周囲を周回する惑星、および惑星の周りを周回する衛星と環、また惑星と同じように太陽を周回する小惑星や彗星等からなる天体系です。

惑星が太陽を回る運動をその惑星の公転運動といいますが、ケプラーは惑星の公転運動において次の3つの法則

#### 1. 第一法則

惑星は太陽を一つの焦点とする楕円軌道を描く

### 38第3章 インターネット望遠鏡の応用ーケプラーの第3法則の検証と木星の質量測定ー

#### 2. 第二法則

各惑星の公転運動では面積速度は一定である

#### 3. 第三法則

惑星の公転軌道の長半径の3乗は、その惑星の公転周期の2乗に比例する

が成り立つことを示しました。これをケプラーの3法則と呼びます。ケプラーは、その師であるティコ・ブラエが20年余りをかけて集めた惑星に関する観測データを解析して、上に記した3つの法則が成り立つことを発見したわけですが、これらの法則が成り立つ理由については考察していません。その後、ニュートンは、

- 太陽と惑星間には重力（万有引力）が作用する
- 惑星の運動に対して力学の法則（ニュートンの力学の法則）が適用できる

と考えることによって、ケプラーの3法則が導かれることを示しました。惑星の運動については第5章で詳しく解説しますが、ニュートンが成し遂げた成果の意義は

- 惑星の公転運動でケプラーの3法則が成り立つ理由を明らかにしたこと

であります。単にそれだけでなくその結果として

- 地上での物体の運動と空にある惑星の運動において、同じ物理法則が適用できること

を、惑星の公転運動の観測データを用いて示した点にあります。

その意味で、自分自身の観測データを用いてケプラーの3法則が成り立つことを検証してみることは、天文学と物理学の教育カリキュラムとして大変興味深い課題であり、また極めて重要な意味をもつテーマと言えます。しかし、地球よりも外部にある惑星が太陽を一周するためには数年またはそれ以上の時間を要することから、教育の現場で上に述べた課題を実行することは時間的な制約から事実上不可能といわざるを得ません。その代わりに考えられる観測テーマが、前節で述べたインターネット望遠鏡を利用して木星の衛星を数週間継続観測し、そのデータを用いてこれらの衛星が木星を周回する運動を調べる課題です。

## 3.2 木星の衛星とケプラーの法則

木星は多数の衛星を持つことが確認されていますが、その中でも1610年ガリレオによって発見された4個の衛星を、まとめてガリレオ衛星と呼びます。これらの衛星は内側から順に、イオ（Io）、エウロパ（Europa）、ガニメデ（Ganymede）、カリスト（Callisto）とよばれ、5等星前後の明るさをもつ比較的容易に観測できる天体です。

木星とガリレオ衛星は、重力によって結合している天体系であり、この系で木星を太陽に置き換えガリレオ衛星を惑星に置き換えれば、その力学的な構造は太陽系と同じです。したがって、惑星の運動に関して成り立つケプラーの3つの法則は、木星の周りを公転するガリレオ衛星の運動に関する成り立つこととなります。ガリレオ衛星に対して、ケプラーの法則を改めて書き下しますと

#### 1. 第1法則

木星の衛星（イオ、エウロパ、ガニメデ、カリスト）は、木星を一つの焦点とする楕円軌道を描く

#### 2. 第2法則

ガリレオ衛星の公転運動では、面積速度は各衛星ごとに一定の値をもつ

#### 3. 第3法則

ガリレオ衛星の軌道長半径の3乗は、その公転周期の2乗に比例する

となります。

ガリレオ衛星の公転運動では、最も内側にあるイオでその周期が約1.8日、公転に最も長い時間がかかるカリストでもその周期は約17日ですから、これらの衛星を3ヶ月あまり連続して観測すれば、その間に4個の衛星は複数回木星の周りを周回することになります。このことから、4個のガリレオ衛星を3ヶ月あまり継続観測することによって、自分自身で取得した観測データを用いて、これらの衛星の運動でケプラーの法則が成り立つことを確かめられることがわかります。この意味で、木星とガリレオ衛星の系を、「ケプラーの法則を検証するための理想的な実験室」として位置づけ、この観測課題は教育カリキュラム上の興味深いテーマとして採用できると考えられます。

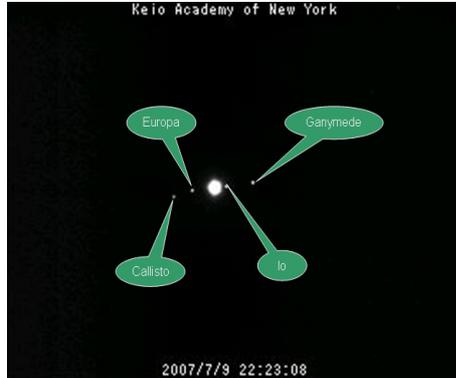
以下では、木星のガリレオ衛星の公転運動に注目し、ケプラーの3つの法則の中でもケプラーがその導出に最も苦労した第3法則を検証する課題を取り上げます。

### 3.3 ガリレオ衛星の公転運動

図3.1のガリレオ衛星の観測画像は、これらの衛星がほぼ同一直線上に並んでいることを示しています<sup>1</sup>。また、これらの衛星の公転軌道は円に近い楕円（離心率が1に比べて小さい）を描きますので、ここでは近似的に、これらの衛星は同一平面上の円軌道を運動するものと考えます。この結果、地球から見たときのガリレオ衛星の運動は、それぞれ木星を中心としてほぼ同一直線上で左右に往復する単振動とみなすことが出来ることとなります。したがって、木星と各衛星間の距離  $r_i$  : ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) は

$$r_i(t) = A_i \sin\left(\frac{2\pi}{P_i}t\right) + B_i \cos\left(\frac{2\pi}{P_i}t\right) \quad (3.1)$$

<sup>1</sup>これは、ガリレオ衛星の公転面の傾きには大きな差がないことを意味しています。



左の画像は2007年7月9日、慶應義塾ニューヨーク学院に設置したインターネット望遠鏡に、日本からインターネット経由でアクセスして撮ったガリレオ衛星の写真です。4個の衛星がほぼ一直線上に並んでいるのが見えます。

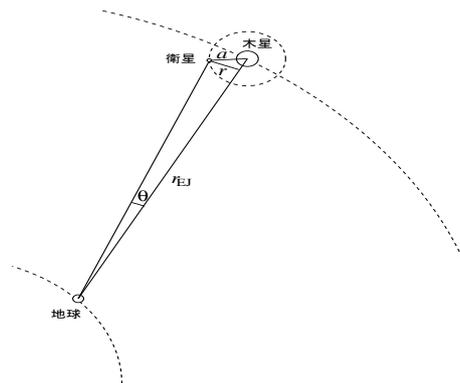
図 3.1: ガリレオ衛星の画像

と表すことができます。ここで、 $i = 1, 2, 3, 4$  はそれぞれ、Io, Europa, Ganymede, Callisto の4個の衛星を表しています。また、 $P_i$  と  $a = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}$  は、それぞれ各衛星の公転周期と軌道半径を表します。

時刻  $t$  における木星と各衛星間の視距離<sup>2</sup>を  $\theta_i$  とすると、 $r_i(t)$  は  $\theta_i(t)$  を用いて

$$r_i(t) = r_J(t) \theta_i(t) \quad (3.2)$$

で与えられます。ここで、 $r_J(t)$  は時刻  $t$  における地球と木星間の距離を表しています。



左の図は、木星とガリレオ衛星の距離  $r_i$  と、これらの天体間の視距離  $\theta_i$  の関係を表します。

図 3.2: ガリレオ衛星の軌道半径

(3.2) の視距離  $\theta_i(t)$  は観測で直接測定できる量であり<sup>3</sup>、またその時刻の  $r_J(t)$  は後で説

<sup>2</sup>地球から見たときの木星と各衛星間の分離角を表します。

<sup>3</sup>インターネット望遠鏡を使用した観測で、天体間の視距離  $\theta$  を求める方法については、第1章 1.5.3 のス

明しますように計算によって求めることができます。そこで、各衛星について、その衛星と木星の分離角  $\theta_i$  を3ヶ月ほど定期的に観測し、そのデータから各観測時刻におけるガリレオ衛星の  $r_i(t)$  を求めます。このようにして測定された  $r_i(t)$  のデータから、4個のガリレオ衛星について、それぞれ公転軌道半径  $a_i$  とその周期  $P_i$  を求めることができます。

### 3.4 ガリレオ衛星の公転軌道半径と公転周期の測定

ガリレオ衛星と木星間の分離角  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) の測定を、日時を変えて  $N$  回測定したとして、その測定日時を順を追って  $t_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ) とします。このとき、(3.2) から各衛星ごとに次の関係

$$r_i(t_n) = r_J(t_n)\theta_i(t_n), \quad (n = 1, 2, 3, \dots, N) \quad (3.3)$$

が成り立ちます。ただし、 $i = 1, 2, 3, 4$ 。したがって、各観測日時  $t_n$  における木星と地球の距離  $r_J(t_n)$  が与えられれば<sup>4</sup>、これと観測データ  $\theta_i(t_n)$  から各日時におけるガリレオ衛星と木星間の距離  $r_i(t_n)$  が求められます。一方、ガリレオ衛星の軌道は近似的に木星を中心とする円軌道を描くとみなすことができますので、各衛星に対して観測日時ごとに

$$\begin{aligned} r_i(t_n) &= A_i \sin\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right) + B_i \cos\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right) \\ &= a_i \sin\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n + \phi_i\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \end{aligned} \quad (3.4)$$

が成り立ちます。ただし、 $a_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2}$ 、 $\tan \phi_i = B_i/A_i$  であり、また添え字の  $i$  は、 $i = 1$ (Io),  $2$ (Europa),  $3$ (Ganymede),  $4$ (Callisto) を意味します。(3.4) で、 $a_i$  と  $\phi_i$  はそれぞれ、衛星  $i$  の公転半径と初期位相 ( $t = 0$  のときの衛星の位置を決める量) です。

ガリレオ衛星の一つに注目して ( $i$  を  $1, 2, 3, 4$  のいずれかに固定して)、(3.4) の  $t_n$  を順次変えて得られる  $r_n$  は、その衛星が近似的に木星を中心とする円運動を描くものとした木星とその衛星の距離を表します。係数  $A_i$ ,  $B_i$  (または軌道半径  $a_i$  と位相  $\phi_i$ ) と公転周期  $P_i$  の値が変化すれば、これらの点列も変化します。そこで、係数  $A_i$ ,  $B_i$  と公転周期  $P_i$  の値をいろいろ変化させて、得られた距離を表す点列がその衛星に関して測定された (3.3) の  $N$  個のデータを最も良く再現するように、その係数と公転周期を決めることにします。このようにして決められた係数と公転周期を、(3.1) に代入して得られる曲線を最適曲線とよびます。最適曲線を与える係数  $A_i$ ,  $B_i$  (または軌道半径  $a_i$  と位相  $\phi_i$ ) と公転周期  $P_i$  の値が、観測データから測定した軌道半径  $a_i$  と公転周期  $P_i$  となります。

以下で4個のガリレオ衛星について、それぞれの観測データを再現する最適曲線を求めてみましょう。

ナップショットを解説した項に与えてあります。

<sup>4</sup> $r_J(t)$  は、第4章で説明してあります。具体的には (5.59) から求める時刻の  $r_J(t)$  を計算することができます。

## 3.4.1 最適曲線の求め方（第1段階）

最適曲線を求めるには以下の2つの方法があります：

1. 観測データと曲線上の対応する点の差の2乗の和が、最小になるように係数  $A_i, B_i$  と周期  $P$  を決める方法（最小2乗法）
2. 観測データと曲線上の対応する点の差の絶対値が、最小になるように係数と周期を決める方法

上記2つのうち、2)の方法は解析的な手続き（各係数と公転周期を観測データから求める公式が与えられている場合）では求められないので、その方法を使うことは後回しにして、まず1)の最小2乗法で最適曲線を求めることにします。

最小2乗法を用いる場合でも、(3.4)の係数  $A_i, B_i$  と公転周期  $P_i$  の全てを観測データから決めようとする、2)の場合と同様に解析的な手続きで求めることは不可能となります。そこで、第1段階として、公転周期は既に分かっている（既知である）として、係数  $A_i$  と  $B_i$  を最小2乗法で求めることにします。この場合、公転周期  $P_i$  は天文年鑑等のデータ集に載っているものを使用します。

まず、各  $i$  について(3.4)の曲線で与えられる  $r_i(t_n)$  と観測データから得られる  $r_i(t_n)$  の差の2乗を、全ての  $n$  について加えた値  $S_i(r)$

$$S_i(r) \equiv \sum_{n=1}^N \{r_J(t_n) \theta_i(t_n) - A_i \sin(\frac{2\pi}{P_i} t_n) - B_i \cos(\frac{2\pi}{P_i} t_n)\}^2 \quad (3.5)$$

を考え、これが最小となる  $A_i, B_i$  を求めます。

そのために、 $S_i(r)$  を  $A_i$  と  $B_i$  で微分してそれをゼロとおくと、 $A_i$  と  $B_i$  に対する次の連立方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_i(r)}{\partial A_i} &= - \sum_{n=1}^N \{r_J(t_n) \theta_i(t_n) - A_i \sin(\frac{2\pi}{P_i} t_n) - B_i \cos(\frac{2\pi}{P_i} t_n)\} \sin(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \\ &= - \left( \sum_{n=1}^N r_J(t_n) \theta_i(t_n) \sin(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \right) + A_i \left( \sum_{n=1}^N \sin^2(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \right) \\ &\quad + B_i \left( \sum_{n=1}^N \sin(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \cos(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \right) = 0, \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_i(r)}{\partial B_i} &= - \sum_{n=1}^N \{r_J(t_n) \theta_i(t_n) - A_i \sin(\frac{2\pi}{P_i} t_n) - B_i \cos(\frac{2\pi}{P_i} t_n)\} \cos(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \\ &= - \left( \sum_{n=1}^N r_J(t_n) \theta_i(t_n) \cos(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \right) + A_i \left( \sum_{n=1}^N \sin(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \cos(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \right) \\ &\quad + B_i \left( \sum_{n=1}^N \cos^2(\frac{2\pi}{P_i} t_n) \right) = 0, \end{aligned} \quad (3.7)$$

が得られます。これを書き直すと、 $i = 1, 2, 3, 4$  のそれぞれについて

$$K_{1i}A_i + K_{2i}B_i = K_{4i}, \quad (3.8)$$

$$K_{2i}A_i + K_{3i}B_i = K_{5i}, \quad (3.9)$$

となります。ここで

$$K_{1i} \equiv \sum_{n=1}^N \sin^2\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right), \quad K_{2i} \equiv \sum_{n=1}^N \sin\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right) \cos\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right), \quad (3.10)$$

$$K_{3i} \equiv \sum_{n=1}^N \cos^2\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right), \quad K_{4i} \equiv \sum_{n=1}^N r_J(t_n) \theta_i(t_n) \sin\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right), \quad (3.11)$$

$$K_{5i} \equiv \sum_{n=1}^N r_J(t_n) \theta_i(t_n) \cos\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right), \quad (3.12)$$

です。

(3.8) と (3.9) を解くと、 $A_i$  と  $B_i$  は

$$A_i = \frac{K_{4i}K_{3i} - K_{2i}K_{5i}}{K_{1i}K_{3i} - K_{2i}^2}, \quad (3.13)$$

$$B_i = \frac{K_{1i}K_{5i} - K_{2i}K_{4i}}{K_{1i}K_{3i} - K_{2i}^2}, \quad (3.14)$$

で与えられることがわかります。

(3.11) と (3.12) の右辺に観測データ  $\theta_i(t_n)$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ , を代入して  $K_{4i}$  と  $K_{5i}$  を計算し、その結果を (3.13) と (3.14) に代入すると、係数  $A_i$  と  $B_i$  の測定値が得られます (公転周期  $P_i$  は既知であるとしたときの)。

### 3.4.2 第2段階 ( $A_i$ , $B_i$ と $P_i$ の測定)

第1段階では周期  $P_i$  はわかっているものとして、公転軌道の半径を表す係数  $A_i$  と  $B_i$  を、観測データから最小2乗法を用いて求めました。次の第2段階のデータ解析では、係数  $A_i$ ,  $B_i$  だけでなく公転周期  $P_i$  も観測データから測定することにします。既に述べましたように、 $P_i$  を含めて解析する場合には、最小2乗法でも解析的な方法で求めることは出来ないで、ここでは2)の方法を用いることにします。

各衛星ごとに ( $i$  を固定して) (3.4) で与えられる曲線と観測データの差の絶対値の和

$$S'_i \equiv \sum_{n=1}^N \left| \{r_J(t_n)\theta_i(t_n) - A_i \sin\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right) - B_i \cos\left(\frac{2\pi}{P_i}t_n\right)\} \right| \quad (3.15)$$

を定義し、これを最小にする  $A_i$ ,  $B_i$  と  $P_i$  を数値的に求めます。この求め方では、 $A_i$ ,  $B_i$  と  $P_i$  に対してある初期値を設定し、その初期値の周辺でこれら3つの量の値をいろいろ

変化させながら数値的に (3.15) の右辺を計算し、 $S'$  を最小とする  $A_i$ ,  $B_i$  と  $P_i$  の値を見つけます。そのために、 $A_i$ ,  $B_i$  と  $P_i$  に関して初期値を設定することが必要ですが、その初期値としては第1段階で既知とした  $P_i$  の値と、第1段階で求めた  $A_i$ ,  $B_i$  の値<sup>5</sup>を使うことにします。この作業のための具体的な計算は、Excel の ‘Solver’ 機能を用いて実行することができます。

第2段階で数値的な手続きで求められた係数  $A_i$ ,  $B_i$  および  $P_i$  を (3.1)

$$r_i(t) = a_i \sin\left(\frac{2\pi}{P_i}t + \phi_i\right) \quad (3.16)$$

に代入すると、ガリレオ衛星  $i$  の軌道と任意の時刻  $t$  におけるその衛星と木星間の距離が求められます。ここで、 $a_i$  と  $\phi_i$  は

$$a_i \equiv \sqrt{A_i^2 + B_i^2}, \quad \tan \phi_i \equiv \frac{B_i}{A_i} \quad (3.17)$$

で与えられます。

このようにして得られた  $a_i$  と  $\phi_i$  および  $P_i$  が、それぞれガリレオ衛星  $i$  ( $i = 1$  は Io,  $i = 2$  は Europa,  $i = 3$  は Ganymede,  $i = 4$  は Callisto) の観測データ  $\theta_i(t_n)$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots, N$  から求めた、それぞれの衛星の公転軌道半径と初期位相および公転周期の測定値を表しています。

### 3.5 ケプラーの第3法則の検証と木星の質量の測定

ガリレオ衛星の公転軌道半径と公転周期を

ガリレオ衛星の公転軌道半径と公転周期				
	Io	Europa	Ganymede	Callisto
公転軌道半径	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
公転周期	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$

としたとき、ケプラーの第3法則は、次の関係

$$P_i^2 = k a_i^3, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.18)$$

が成り立つことを意味します。ここで、比例係数  $k$  は

$$k \equiv \frac{4\pi^2}{GM_J} \quad (3.19)$$

で与えられます。このとき、 $G$  は万有引力定数、 $M_J$  は木星の質量を表します。

<sup>5</sup>(3.13) と (3.14) で求めた値を使います。

### 3.5.1 ケプラーの第3法則の検証

ケプラーの第3法則 (3.18) は、ガリレオ衛星の公転周期の2乗が公転軌道半径の3乗に比例することを表すものです。公転周期の2乗  $P^2$  を縦軸に、公転軌道半径の3乗  $a^3$  を横軸とするグラフ上に、観測データから測定した各衛星 ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) の公転周期  $P_i$  と公転軌道半径  $a_i$  が与える点をプロットしたとき、それらがほぼ一つの直線上にあることが示されること、これでケプラーの第3法則がガリレオ衛星の公転運動で成り立つことを検証することになります。

### 3.5.2 木星の質量 $M_J$ の測定

上記グラフで、4個の点  $(a_i^3, P_i^2)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) がほぼ直線状にあること、すなわちケプラーの第3法則が成り立つことが確かめられたら、次にこれらの4点を結ぶ最適直線の傾き  $k$  を、最小2乗法を用いて求めることにします。まず、次式で定義される  $S_k$

$$S_k \equiv \sum_{i=1}^4 (P_i^2 - k a_i^3)^2 \quad (3.20)$$

を導入し、これが最小になるような  $k$  を求めます。求める  $k$  は次の方程式

$$\frac{\partial S_k}{\partial k} = - \sum_{i=1}^4 (P_i^2 - k a_i^3) a_i^3 = - \sum_{i=1}^4 P_i^2 a_i^3 + k \sum_{i=1}^4 a_i^6 = 0 \quad (3.21)$$

を解いて

$$k = \frac{\sum_{i=1}^4 P_i^2 a_i^3}{\sum_{i=1}^4 a_i^6} \quad (3.22)$$

で与えられます。

(3.19) と (3.22) から、木星の質量  $M_J$  は

$$M_J = \frac{4\pi^2}{G} \frac{\sum_{i=1}^4 a_i^6}{\sum_{i=1}^4 P_i^2 a_i^3} \quad (3.23)$$

で与えられることがわかります。(3.23) 式右辺の  $P_i$  および  $a_i$  に、上で求めた値を代入すれば、求める木星の質量が測定できます。

## 3.6 観測データの解析例

インターネット望遠鏡を利用して得た観測データを例にとり、上に示した手順に従って実際にガリレオ衛星の運動を解析します。

各観測時刻  $t_n$  におけるガリレオ衛星と木星の距離  $r_i(t_n)$  は、観測データ  $\theta_i(t_n)$  にその時刻の木星と地球間の距離  $r_J(t_n)$  をかけることによって得られます (3.2式参照)。

## 3.6.1 各観測時刻における地球と木星間の距離

任意の時刻  $t$  における木星と地球間の距離  $r_J(t)$  は

$$r_J(t) = \sqrt{\bar{X}_J^2(t) + \bar{Y}_J^2(t) + \bar{Z}_J^2(t)} \quad (3.24)$$

で与えられます<sup>6</sup>。ただし、 $\tilde{X}_J(t), \tilde{Y}_J(t), \tilde{Z}_J(t)$  は、次式で与えられます：

$$\begin{aligned} \bar{X}_J(t) &= a_J \left\{ (\cos \Omega_J \cos \omega_J - \sin \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J(t) - e_J) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\cos \Omega_J \sin \omega_J + \sin \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J(t) \right\} \\ &\quad - a_E \left\{ \cos \Omega_E (\cos \psi_E(t) - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \sin \Omega_E \sin \psi_E(t) \right\}, \\ \bar{Y}_J(t) &= a_J \left\{ (\sin \Omega_J \cos \omega_J + \cos \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J(t) - e_J) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\sin \Omega_J \sin \omega_J - \cos \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J(t) \right\} \\ &\quad - a_E \left\{ \sin \Omega_E (\cos \psi_E(t) - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \cos \Omega_E \sin \psi_E(t) \right\}, \\ \bar{Z}_J(t) &= a_J \left\{ \sin i_J \sin \omega_J (\cos \psi_J(t) - e_J) + \sqrt{1 - e_J^2} \sin i_J \cos \omega_J \sin \psi_J(t) \right\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

ここで、 $a_J, \Omega_J, \omega_J, i_J, e_J$  は、それぞれ木星の軌道長半径、昇交点黄経、近日点因数、軌道傾斜角、離心率と呼ばれ、木星の軌道を決める5つの要素を表します。また、 $a_E, \Omega_E, \omega_E, i_E, e_E$  は、それぞれ地球の軌道長半径、昇交点黄経、近日点因数、軌道傾斜角、離心率と呼ばれ、地球の軌道を決める5つの要素を表します<sup>7</sup>。これらの軌道要素と木星公転周期  $P_J$  および地球の公転周期  $P_E$  は、経度0における各年の年初時刻（1月1日0時：日本時間（JST）での時刻1月1日9時）の値が天文年鑑に与えられていますのでそれを参考にします。

また、(3.25) 中の  $\psi_J(t), \psi_E(t)$  は、木星および地球が各時刻  $t$  にそれぞれの軌道上のどの位置にあるかを示す量であり、これらは時間の経過によって変化するものですが、具体的には次式

$$\psi_E(t) = M_E(t) + e_E \sin M_E(t) + \frac{e_E^2}{2} \sin(2M_E(t)), \quad (3.26)$$

$$\psi_J(t) = M_J(t) + e_J \sin M_J(t) + \frac{e_J^2}{2} \sin(2M_J(t)) \quad (3.27)$$

で表されます（離心率  $e_E$  および  $e_J$  の2次までの近似で）。ただし、

$$M_E(t) = \frac{2\pi}{P_E} (t - t_0) + M_E(0), \quad (3.28)$$

$$M_J(t) = \frac{2\pi}{P_J} (t - t_0) + M_J(0) \quad (3.29)$$

<sup>6</sup>第4章の(5.52),(5.51),(5.63),(5.64)を参照して下さい。

<sup>7</sup>これらの5つの要素を惑星の軌道要素と呼びます。

です。ここで、 $M_E(t)$  と  $M_J(t)$  は、地球と木星が円軌道を一様な速さで移動すると考えたときの、初期時刻  $t_0$  からの経過時間  $(t - t_0)$  における移動角を表します ( $M_E(0)$  と  $M_J(0)$  は  $(t = t_0)$  のときの地球と木星の位置 (角度) を表すもので、 $t_0$  として世界時で各年の1月1日0時 (日本時間で1月1日9時) における値が天文年鑑に記載されています)。

### 3.6.2 ガリレオ衛星の観測データとその解析

前節で説明しました手順にしたがって、ガリレオ衛星の観測データを解析してみます。データは、慶應義塾ニューヨーク学院と府中の五藤光学に設置したインターネット望遠鏡を利用して、2007年5月14日から2007年9月25日の4ヵ月あまり継続観測 (雨天時を除いて) して測定したものをを用いることにします。4個の衛星のデータを解析した結果は以下の通りとなります：

- Callisto

図 3.3 は、Callisto の観測データとその最適曲線を図示したものです。この結果、そ

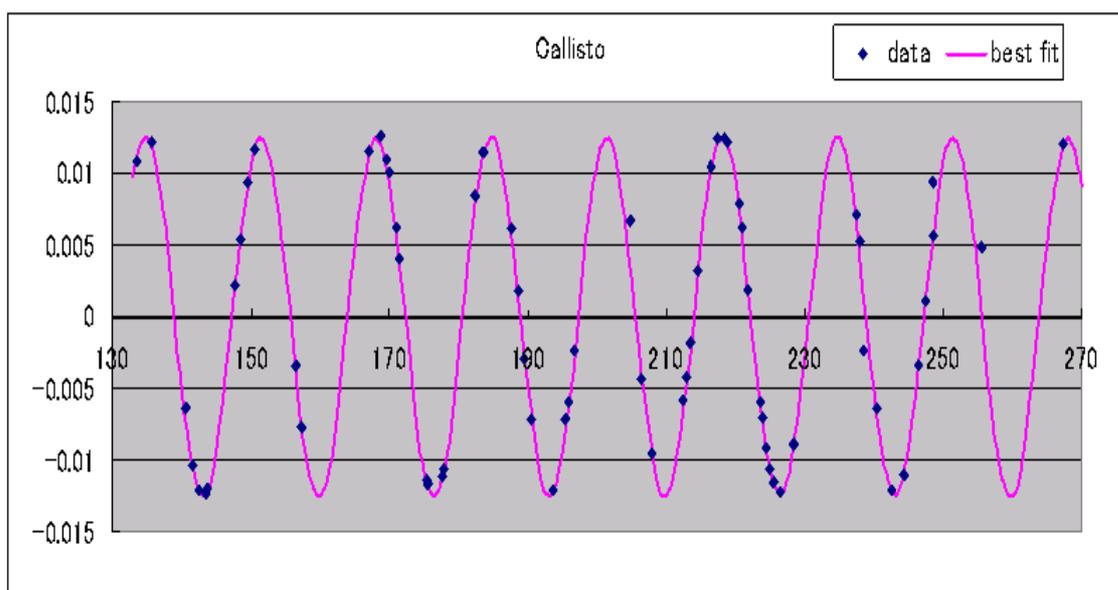


図 3.3: Callisto のデータと最適曲線

の軌道半径と公転周期は

	軌道半径 $a(\times 10^4 \text{ km})$		公転周期 $P \text{ (d)}$	
	測定値	データ (天文年鑑)	測定値	データ (天文年鑑)
Callisto	187	188	16.6	16.6

表 3.1: Callisto の軌道半径と公転周期の測定値

と測定されることがわかります。

- Ganymede

図 3.4 は、Ganymede の観測データとその最適曲線を図示したものです。この結果、

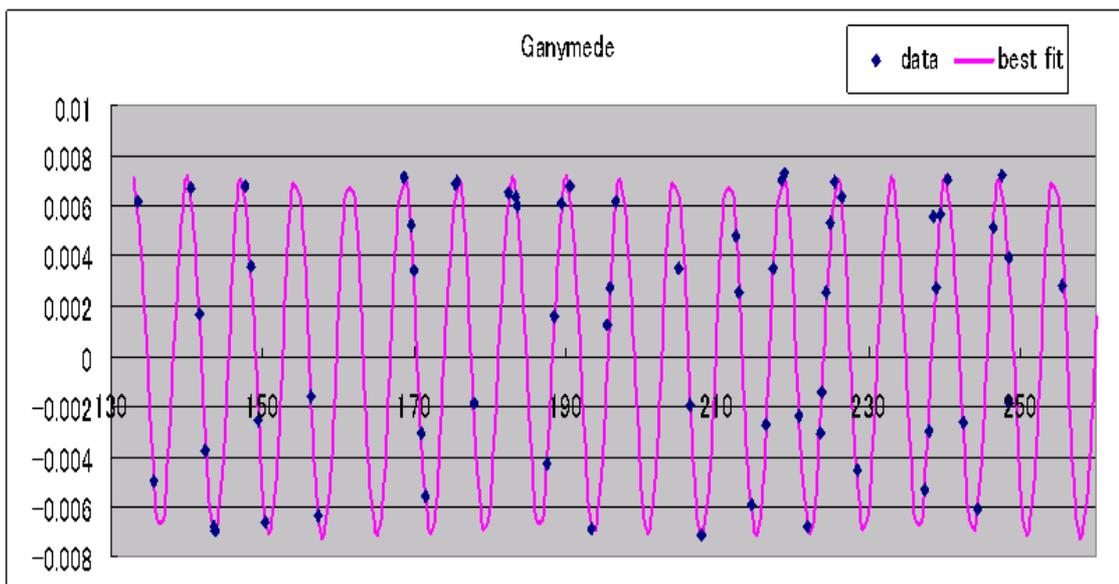


図 3.4: Ganymede のデータと最適曲線

その軌道半径と公転周期は

	軌道半径 $a(\times 10^4 \text{ km})$		公転周期 $P \text{ (d)}$	
	測定値	データ (天文年鑑)	測定値	データ (天文年鑑)
Ganymede	108	107	7.14	7.176

表 3.2: Ganymede の軌道半径と公転周期の測定値

と測定されることがわかります。

- Europa

図 3.5 は、Europa の観測データとその最適曲線を図示したものです。この結果、そ

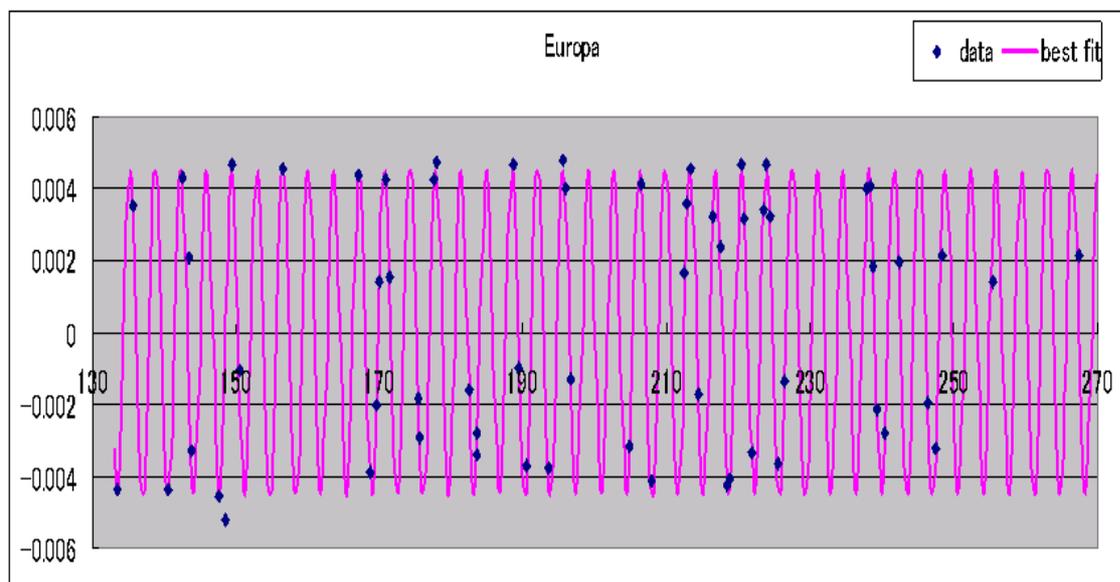


図 3.5: Europa のデータと最適曲線

の軌道半径と公転周期は

	軌道半径 $a(\times 10^4 \text{ km})$		公転周期 $P \text{ (d)}$	
	測定値	データ (天文年鑑)	測定値	データ (天文年鑑)
Europa	67.7	67.1	3.55	3.55

表 3.3: Europa の軌道半径と公転周期の測定値

と測定されることがわかります。

- Io

図 3.6 は、Io の観測データとその最適曲線を図示したものです。この結果、その軌

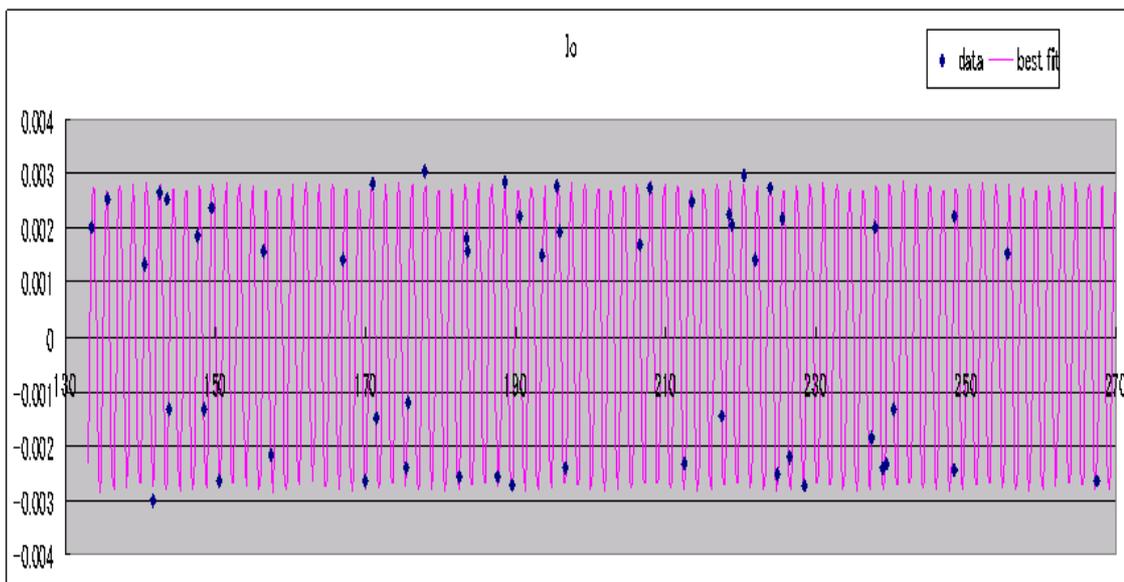


図 3.6: Io のデータと最適曲線

道半径と公転周期は

	軌道半径 $a(\times 10^4 \text{ km})$		公転周期 $P \text{ (d)}$	
	測定値	データ (天文年鑑)	測定値	データ (天文年鑑)
Io	42.3	42.2	1.77	1.77

表 3.4: Io の軌道半径と公転周期の測定値

と測定されることがわかります。

### 3.7 ケプラーの第3法則の検証と木星質量の測定

観測データから測定したガリレオ衛星の公転軌道半径  $a$  と公転周期  $P$ 、および天文年鑑等に記載されているこれらのデータをまとめると

	軌道半径 $a(\times 10^4 \text{ km})$		公転周期 $P \text{ (d)}$	
	測定値	データ (天文年鑑)	測定値	データ (天文年鑑)
Io	42.3	42.2	1.77	1.77
Europa	67.7	67.1	3.55	3.55
Ganymede	108	107	7.14	7.16
Callisto	187	188	16.6	16.7

表 3.5: ガリレオ衛星の軌道半径と公転周期の測定値

となります。この表から、各衛星の公転軌道半径と公転周期がよい精度で測定されていることが見て取れます。

#### 3.7.1 ケプラーの第3法則の検証

4個のガリレオ衛星の公転半径  $a$  と公転周期  $P$  について、横軸を  $a^3$  とし縦軸を  $P^2$  とするグラフ上に、これらの測定値をプロットしたのが図 3.7 です。各衛星に対応する4個の点が直線状に並んでいること、すなわち公転周期  $P$  の2乗が軌道半径  $a$  の3乗に比例することが確かめられます。これは、ガリレオ衛星の運動でケプラーの第3法則が成り立つことを示すものであり、観測データに基づいてケプラーの第3法則が検証されたことを意味します。

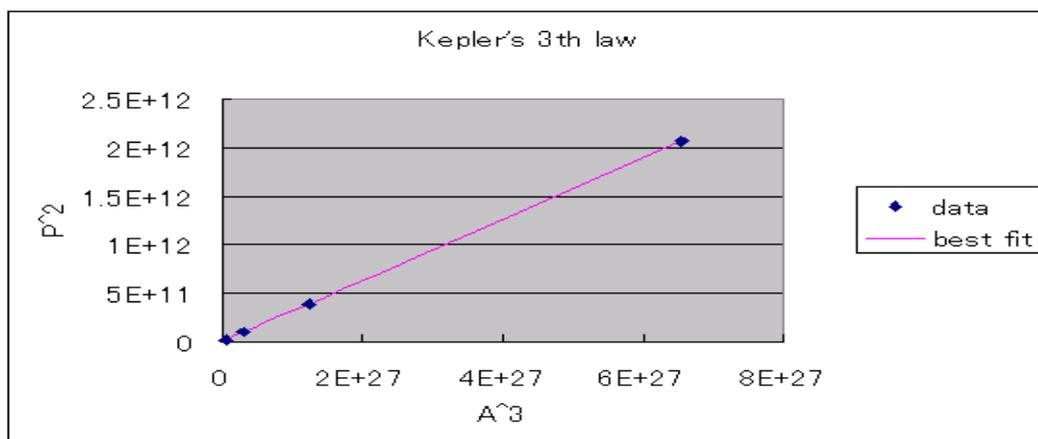


図 3.7: ケプラーの第3法則

### 3.7.2 木星の質量測定

図 3.7 の 4 点を結ぶ最適直線を求め、その傾きから木星の質量を測定します。最適直線の傾き  $k$  は (3.22) で与えられますので、 $a$  と  $P$  に関する上記測定値を代入すると

$$k = 3.16 \times 10^{-16} \text{ (s}^2/\text{m}^3\text{)} \quad (3.30)$$

となります。これを (3.23) に代入して求めた木星の質量は

	測定値	データ (天文年鑑)
$M_J$	$1.87 \times 10^{27}$ (kg)	$1.90 \times 10^{27}$ (kg)

表 3.6: 木星の質量の測定値

となります。

この値は観測データから求めた木星の質量の測定値であり、よい精度で天文年鑑の値を再現していることがわかります。

## 3.8 インターネット望遠鏡が実現したケプラーの第3法則検証のための実験室

太陽系の惑星の運動と木星のガリレオ衛星の運動に関して、それらの力学的な構造は等価であり、惑星の運動について成り立つケプラーの法則がガリレオ衛星の運動に関しても成立することは当然期待されるところです。これらの期待の背景には、これらの運動を支配している力が共に重力（一方は太陽と惑星間の重力、他方が木星と衛星間の重力）によ

るものであることがあります。その意味でケプラーの法則を検証することは、重力の影響による運動を理解する上で重要な役割を果たします。

既に述べましたように、惑星の系でケプラーの第3法則を自らの測定データを用いて検証することは不可能でした。一方、ガリレオ衛星の系を用いれば、4ヶ月弱の観測でその法則が成り立つことを確かえられることが期待できますので、この系は自分自身の観測データに基づいてケプラーの第3法則を検証するためのよい実験室を提供してくれているものと考えることが出来ます。

この観測では、木星と各ガリレオ衛星間の距離を時間を追って測定することが求められますが、このデータ取得は天体観測の初心者にはかなり難しい作業といえます。インターネット望遠鏡はこれらの困難を克服し、望遠鏡の操作に不慣れな初心者でも容易に必要なデータ取得を可能にするという大きな特色を持っています。例にあげたガリレオ衛星の運動に関するデータは、これまで望遠鏡に触れた経験のない文系学生たちが取得したものであり、インターネット望遠鏡の性能をもって初めて可能になった観測です。この例は、まさにインターネット望遠鏡の魅力を遺憾なく発揮したものであり、その意味で「インターネット望遠鏡が実現したケプラーの第3法則検証の実験室」といえるでしょう。

## コラム2：ガリレオ衛星について

ガリレオ・ガリレイ（1564～1642）が、もと教え子のパドゥエールからの手紙で、オランダで望遠鏡が発明されたことを知り、ムラーノのガラス工場でレンズを作り、印刷屋の友人に紙製の円筒を作らせて、5倍ほどの望遠鏡を作ったのは1609年7月のことです。その後、9倍のものを作り、さらに20倍のものを作りました。ガリレオはこの望遠鏡を使って、1610年、木星に4つの衛星を発見しました。ちょっと長くなりますが、ガリレオが地動説を唱える基になった、木星の4大衛星を発見したときの様子を紹介します。

「彼が木星をしらべたのは、1月7日の朝の1時であった。霜の降る静寂の中に立って、片方づつ足をゆり動かして暖をとりながら観測しているうちに、彼は急に叫んだ。三個の極めて小さいが、併し非常に鋭く光る星をこの遊星の周囲に見出したのであった。この星のことを知る人は未だ曾てなかった。アリストートルに依れば、存在し得べからざるものでさえあったのだ。

しかるにそれは存在していたのだ。それはダイヤモンドの針先のように黄道と平行に一直線をなして走っている。ガリレオは器械を離れて、驚きの餘り、暗黒の中を見つめた。彼はもう一度眺めた。三個のダイヤモンドのような点は依然としてそこにあった。いや、そんな筈はあり得ない。レンズに何か故障があるのかも知れぬ。彼は一時間餘もそれを凝視して動かなかった。それからその精確な位置を記録した。

次の日には、彼は殆んど夕方を待ちきれなかった。またもや彼は三つの点を見た。併し彼がそれを前夜の図のうちに記入した時、その位置の異っているのを知った。或は木星が動いたのかも知れぬと思った。彼は額をこすって見た。或はレンズの中に瑕があるのかも知れぬ。次ぎの日には、パデュアには深い霧がかかっていた。それで観測は中止しなければならなかった。併しその次ぎの夜は、またもやそれを観察して、思わず机を叩いてしまった。何という悪魔のようないたずらだ。三つあった星が二つしか見えぬ。しかも位置がちがっている。併し、彼はこの変化は明らかに遊星によるものだと知った。その小さな星は動いたのだ。次の夜にも星は二つであった。併し、非常に重大なことが起った。前夜には、二つの星は完全に同じ大きさに見えた。併し、今ではその一つがはるかに大きい。

彼は躍り上がった。そうだ、ここに解決がある。ここに、木星には三個の軌道を持つ星があるのだ。それは、丁度金星と水星が太陽を廻るのと同じだ。その一つは木星のうしろにある。だから見えないのだ。第二のものがその軌道に現れて、前面に出た。だから大きいのだ。さあ、木星も衛星即ち月をもっているのだ。木星は地球と同じ惑星であるのだ！ 若しも木星が遊星ならば地球も亦遊星にちがいない。地球は宇宙の中心ではない。コペルニクスは真理を悟っているのだ。

彼は第三の星が現れるのを待っていた。次の夜には午前三時にそれは現れ

た。すると、一月の十四日の夜には、さらに別の驚異が彼を待ちうけていたのだ。第四の星が現れたのだ！ 三個の星は何れも木星の西方にあり、一個は東方にある。今はもう疑う餘地はない。木星は四個の衛星をもっているのだ！ その四個の星は、天文学者は何等知るところがなかったのだ！ これでアリストートル学派の終焉だ！ 不動の世界のうちに、ガリレオは四個の新らしき星を見出したのだ！」(ハーサニイ著・小暮義雄訳『星を見つめる人～ガリレオ伝～』: 昭和17年 那珂書店)

ガリレオは、この木星の4個の衛星を「コスミクス」と名づけたいと、故国タスカニーのヴィンタ首相に伝えますが、首相はコスミクスという名称はギリシャ語のコスミック(宇宙)を連想させるのでよろしくないと言ってきました。そこで、「メヂチ星」と呼ぶことにしましたが、現在は発見者の名をとって「ガリレオ衛星」と呼んでいます。そして、これらの衛星には、ドイツの天文学者シモン・マリウス(1573~1624)によって、ギリシャ神話に登場するゼウスの恋人の名前にちなんで、イオ(Io)、エウロパ(Europa)、ガニメデ(Ganymede)、カリスト(Callisto)という名がつけられています。

ところで、今から28年前の1979年に、NASA(アメリカ航空宇宙局)の惑星探査機ボイジャー1号と2号が木星に近づき、木星本体と衛星の接近写真を多数電送してきました。そのとき、新聞や雑誌に掲載された衛星イオの写真には、表面から噴水のように噴出物を噴き上げている火山が写っていて、少なからず衝撃を受けたものです。それまで惑星の衛星は、岩石か氷のかたまりのようなもので、火山活動があるとは考えていなかったためです。このボイジャー1号と2号の撮影した膨大な写真や、1989年にスペースシャトルから放出されたNASAの探査機ガリレオなどの観測から、ガリレオ衛星の表面の様子が詳しく解明されています。その概要をまとめてみます。

- イオ(Io)

木星に近い方からかぞえて5番目のところにある衛星です。木星本体から42.18万kmのところを、木星の赤道面に沿ってほんのわずかな楕円軌道を描きながら、1.769日の周期で回っています。イオの半径は1815kmですから、地球の月(半径は1738km)よりも少し大きいこととなります。

イオは高密度の鉄を核とし、ケイ素や酸素の化合物がどろどろに溶けたマントルを形成しています。地殻は大部分が硫黄と硫化物からできているので、表面は黄、橙、赤、白、青、茶、黒などで彩られています。イオは太陽系の中で最も活動の激しい天体で、たくさんの火山が点在し、硫黄や二酸化硫黄の噴煙を300kmの高さにまで噴き上げている火山もあります。イオは木星本体とエウロパやガニメデの引力によって伸ばされたり縮められたりしているため、内部では岩石どうしが激しく摩擦しあい高熱を発生させています。さらに、イオの軌道が木星本体の強力な磁場の中を通り抜けるため、内部では1兆w程度の電力が発生していると考えられています。

- エウロパ(Europa)

木星に近い方から6番目にある衛星です。木星本体から67.11万kmのところを、わずかな楕円軌道を描いて、3.551日の周期で回っています。軌道は木星の赤道面に対して $0.47^\circ$ 傾いています。エウロパの半径は1569kmで、地球の月よりも少し小さいようです。エウロパの表面は氷に覆われていて、約5kmの氷の底には50kmの深い水の海か、またはシャーベット状の氷の海があります。エウロパは、すぐ外側を回っているガニメデの引力の影響で、伸ばされたりねじれたりしています。そのため、内部の岩盤が互いにこすれあい、熱を発生し、地表面下の氷が溶けてシャーベット状になっているか、水の状態になっていると考えられています。

エウロパにはクレーターはほとんどありません。特徴としては、表面に描かれたオレンジ色の線だけであり、それは赤道付近に集中しています。これは氷の岩盤にできた亀裂で、内部からオレンジ色の物質があふれ出し尾根を作っているものと思われます。ガリレオ探査機が捉えた映像によると、亀裂に沿って間欠泉が噴出しているのが観測され、エウロパの氷の下に水の海が存在するという理論の有力な証拠となっています。

- ガニメデ (Ganymede)

木星に近い方から7番目に位置するこの衛星は、木星にある最も大きな衛星です。木星本体から107.04万kmのところを、ほぼ円形の軌道を描いて、7.155日の周期で回っています。軌道は木星の赤道面にほぼ平行です。ガニメデの半径は2631kmで、水星(半径は2440km)よりもやや大きいですが、質量は水星の半分です。これは、ガニメデの成分の約半分が低密度の氷であるためです。ガニメデの堅い氷の層は、表面から約75kmの深さにまで達していて、下のマントルには液体の水か、シャーベット状の氷が存在するのではないかと、何人かの科学者は考えています。

ガニメデの表面は、古いクレーターがたくさんある暗い部分と、新しくして明るい部分からなっています。地球の月のような岩石の衛星にあるクレーターと違い、ガニメデのクレーターは底が平で壁の部分がたれています。これは、衛星の表面が滑らかになるように氷が崩れたためです。ガリレオ・レジオと呼ばれるわかい地域には、平行に走った溝と尾根によって縞模様がつけられています。これは、すぐ外側の衛星カリストの引力によって、わずかに引っばられることによってできたものと考えられています。木星本体と衛星カリストの引力によって、ガニメデは引っばられたり圧縮されたりしています。そのため内部の岩石が互いにこすれあい、熱を発生して地殻を柔らかくしているのです。この軟化が氷の雪崩や隆起を起こし、地殻をしわくちゃにしているのです。

- カリスト (Callisto)

木星に近い方から8番目に位置し、木星で2番目に大きな衛星です。木星本体から188.27万kmのところを、わずかな楕円軌道を描いて、16.689日の周期で回転しています。軌道は木星の赤道面にほぼ平行です。カリストの半径は2400kmで、水星とほぼ同じ大きさです。しかし、その内部はほとんどが低密度の氷であるため、質

量は水星の3分の1しかありません。カリストは氷のマントルと岩石の核をもっています。内部の十分に深いところでは、シャーベット状の氷か、または水が存在するのではないかと科学者は考えています。

カリストは、最も密にクレーターが存在する天体として知られています。地表面では氷がゆっくりと流れているために、多くのクレーターの側壁は内側にせり出しています。カリストは、木星の4大衛星の中でも、地質学上最も地味な衛星です。この理由は、おそらく、カリストが4個の大きな衛星の中で最も外側に位置するためと考えられます。外側に大きな衛星がないため、木星の引力に影響されて内部に熱を発生させることもありません。カリストにある最も大きなクレーターはバルハラで、直径がおよそ300kmの盆地で、それをとりまく直径約1500kmの同心円からなっています。また、カリストにはクレーターの連なりが12個もあります。これらのクレーターの連なりは、彗星もしくは小惑星が木星のすぐそばを通り過ぎたときにバラバラになり、カリストに降り注いだものであろうと考えられています。最も長い連なりはギプル・カテナで、約640kmにもなります。

ガリレオによって発見された木星の衛星は4個だけでした。それからおよそ400年、惑星探査機などの観測によって、木星の衛星は63個まで発見されています。今後、それらの衛星の表面や内部の様子が詳しく研究され、それらの衛星がどのようにして生まれたのか、解明される日も近いのではないのでしょうか。



## 第II部

# 天文学の基礎



## 第4章 天体の位置を表す座標系のいろいろ

天体を観測するためには、目的の天体の位置を知ることが必要となります。宇宙は3次元空間ですから、3次元直交座標系  $(x, y, z)$  で天体の位置を表すことができます。天体の位置を表す座標系を設定するには、基準となる天体を定め、その天体を原点とする座標系を考えます。基準となる天体として太陽を選ぶ場合と地球を選ぶ場合があります。太陽を原点とする座標系を日心直交座標系、地球を原点とする座標系を地心直交座標系といいます。このとき、座標系の  $(x, y, z)$  軸の方向の違いにより、1) 赤道座標系、2) 地平座標系、3) 黄道座標系、の3種の座標系が用いられています。

また、直交座標系のかわりに、天体の方向と距離を用いてその位置を表す方法もあります。これを3次元極座標系  $(r, \theta, \varphi)$  と呼びます。恒星などの観測をする場合には、その距離はほとんど変化しなもので<sup>1</sup>、方向だけを示せば天空における恒星の位置がわかります。その場合には、直交座標系よりも極座標を用いるのが便利です(距離  $r$  を表示しないで)。一方、太陽系内の天体(惑星や彗星など)は、時間が経過するにつれて、方向が変化するだけでなく、その天体までの距離の変化も無視できません。このような場合には、3次元直交座標系、または3次元極座標系 ( $r$  も表示して) を用いることになります。

これらのことからわかるように、観測対象となる天体によって、また観測の目的によって、天体の位置を表す座標系を使い分けるのが便利です。このために、各座標系間の関係を知ることが重要となります。本章では、地球を原点とする3種の座標系の決め方と、それらの関係を説明することにします。座標系間の関係は、球面三角法を用いて説明されることが多いようですが、球面三角法に馴染みの薄い人も多いので、以下では直交座標系の変換を用いて説明します。

### 4.1 赤道座標

地球の中心を原点として、地軸(地球の自転軸)に直交する平面上で春分点<sup>2</sup>の向きを  $x$  軸の正方向、地軸に沿って北極に向かう向きを  $z$  軸の正方向、 $z$  軸の正方向から  $x$  軸の正方向に回したとき右ねじが進む向きを  $y$  軸の正方向にとった直交座標系を、赤道直交座標系といいます(図 4.1)。

<sup>1</sup>地球の運動によって観測者から恒星までの距離は変化しますが、その変化量に比べて天体までの距離は非常に大きいので、結果として距離の変化は無視出来ることとなります。東京とニューヨーク間の距離を考えると、東京23区内の何処を基点にするかはあまり問題にならないのと同じ事情です。

<sup>2</sup>春分点は春分のときの太陽の位置方向を表します

図 4.1: 赤道座標

この座標系を極座標表示  $(r, \delta, \alpha)$  したとき、次の関係

$$\begin{aligned} x &= r \cos \delta \cos \alpha, \\ y &= r \cos \delta \sin \alpha, \\ z &= r \sin \delta \end{aligned} \quad (4.1)$$

が成り立ちます。ここで  $\delta$  を赤緯、 $\alpha$  を赤経と呼びます。赤緯  $\delta$  は、地軸に直交する平面（地球の赤道を含む平面）から北向きに、 $0^\circ$  から  $90^\circ$  まで、南向きに  $0^\circ$  から  $-90^\circ$  までの範囲の値をとります。また、赤経  $\alpha$  は、春分点から東向きに  $0^\circ$  から  $360^\circ$  までの範囲の値を持ちます。ただし、天文学では多くの場合赤経を角度の代わりに、時刻表示で  $0^h$  から  $24^h$  までの値で表します<sup>3</sup>。天体の2次元的な表示のみに注目したとき、 $(\alpha, \delta)$  を天体の赤道座標といいます。したがって、

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}, \quad \sin \delta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (4.2)$$

となります。

赤道座標は、地球の自転軸の向きと春分点を基準にした座標系ですから、地球上の観測地の如何に関係なく、同じ天体には同じ赤経と赤緯を当てることができます。したがって、赤道座標系は、赤経と赤緯を与えれば観測地に関わりなく、天体の位置（方向）を特定できるという利点を持っています。

<sup>3</sup>角度と時刻の関係は、 $360^\circ$  が  $24^h$  に対応することから、 $1^h$  は  $15^\circ$ 、 $15^\circ$  の  $1/60$  が  $1^m$  に、その  $1/60$  が  $1^s$  に対応します

## 4.2 地平座標

天体の位置を表すにあたって、観測者を原点として真南を  $\bar{x}$  軸の正方向、真東を  $\bar{y}$  軸の正方向、天頂の方向を  $\bar{z}$  軸の正方向にとる直交座標系を考え、この座標系を原点が地球中心に一致するように平行移動した座標系を、天体位置の地平直行座標系表示とといいます。この座標を極座標表示したとき、次の関係

$$\begin{aligned}\bar{x} &= r \cos h \cos A, \\ \bar{y} &= -r \cos h \sin A, \\ \bar{z} &= r \sin h\end{aligned}\quad (4.3)$$

が成り立ちます。ここで、 $r = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2}$  であり、 $h$  は観測地における天体の高度（角度）、 $A$  はその方位角（真南から西に向く方向を正として、 $0^\circ$  から  $360^\circ$  まで）を表します。 $\bar{y}$  成分にマイナスが付いていることに注意して下さい。これは方位角の測り方が、真南から西方向に回る方向を正の方向として選んだことによります（図 4.2）。

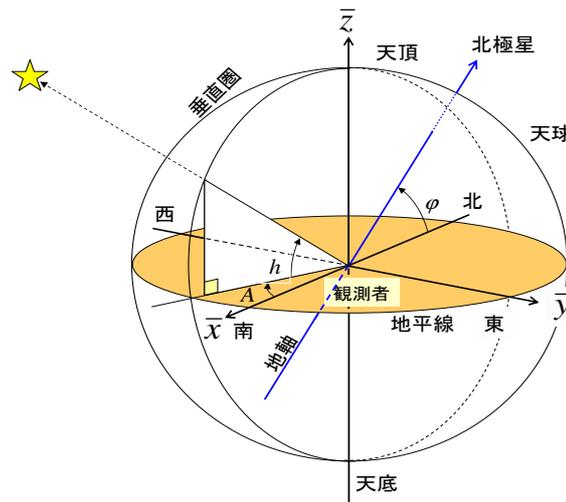


図 4.2: 地平座標

したがって、天体の高度  $h$  と方位角  $A$  は

$$\tan A = -\frac{\bar{y}}{\bar{x}}, \quad \sin h = \frac{\bar{z}}{\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + \bar{z}^2}}\quad (4.4)$$

となります。天体の方向にだけ注目したとき（距離を表示しないとき） $(A, h)$  を単に地平座標とといいます。

地平座標は、目的の天体を観測するにあたって、望遠鏡をどの方向に向ければ良いかを直接示してくれると言う意味で、天体観測に便利な座標です。その一方で、観測地と観測時刻が異なれば、同じ天体でもその高度や方位角が異なるという不便さがあります。

### 4.3 黄道座標

地球の軌道面（黄道面）とそれに垂直な軸で座標系を考えます。この場合、地球の中心を原点とし、黄道面上で春分点の向きを  $\tilde{x}$  軸の正方向、黄道面で  $\tilde{x}$  軸の正方向から東向きに  $90^\circ$  回転した向きを  $\tilde{y}$  軸の正方向、黄道面に垂直で  $\tilde{x}$  軸から  $\tilde{y}$  軸方向に回したとき右ねじが進む方向を  $\tilde{z}$  軸の正方向にとった直交座標系を黄道直交座標系といいます（図 4.3）。

図 4.3: 黄道座標

この座標系を極座標表示したとき、次の関係

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= r \cos \beta \cos \lambda, \\ \tilde{y} &= r \cos \beta \sin \lambda, \\ \tilde{z} &= r \sin \beta\end{aligned}\tag{4.5}$$

が成り立ちます。ここで  $\lambda$  を黄経（春分点から東向きに  $0^\circ \sim 360^\circ$ ）、 $\beta$  を黄緯（黄道面を中心に  $-90^\circ \sim 90^\circ$ ）とよび、 $(\lambda, \beta)$  を黄道座標といいます。従って

$$\tan \lambda = \frac{\tilde{y}}{\tilde{x}}, \quad \sin \beta = \frac{\tilde{z}}{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}}\tag{4.6}$$

となります。

黄道面は地球の公転軌道面であり、大部分の惑星の公転面は黄道面に対して僅かに傾いているだけですから、惑星の運動を考えるには黄道座標系を利用するのが便利です。

### 4.4 地平座標と赤道座標の関係

地平直交座標と赤道直交座標および黄道直交座標という3種類の座標系を導入しましたが、これらは原点（地球中心）を共有する直交座標系ですから、互いに回転で他の座標系と結び付けることができます。

赤道直交座標系  $(x, y, z)$  と地平直交座標系  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  は、次の2回の回転で結び付けられます (図 4.4)。

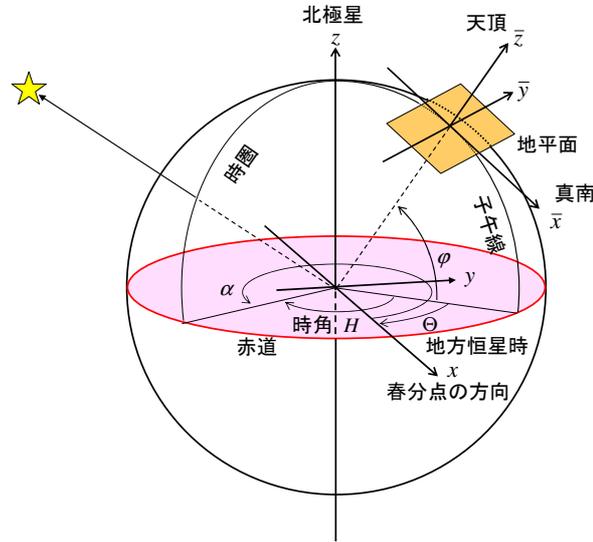


図 4.4: 赤道座標と地平座標の関係

まず、赤道直交座標系の  $z$  軸を回転軸として、反時計周りに恒星時  $\Theta^4$  だけ回転した座標系  $(x', y', z')$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

を考えます。このとき、新しい座標系の  $x'$  軸は南の子午線上に、 $y'$  軸は東の地平線上にきます。

次に、 $y'$  軸を中心にして反時計回りに角度  $(\pi/2 - \varphi)$  だけ回転すれば、得られた座標系は地平直交座標系

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi) & 0 & -\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) & 0 & \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

に一致します。

したがって、赤道直交座標系と地平直交座標系の関係は

$$\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi) & 0 & -\sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\frac{\pi}{2} - \varphi) & 0 & \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

<sup>4</sup>恒星時は、観測地点の真南の方向とその地点における観測時の春分点の角度を時刻表示したものです。

$$= \begin{pmatrix} \sin \varphi & 0 & -\cos \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

となります。すなわち、

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x \sin \varphi \cos \Theta + y \sin \varphi \sin \Theta - z \cos \varphi, \\ \bar{y} &= -x \sin \Theta + y \cos \Theta, \\ \bar{z} &= x \cos \varphi \cos \Theta + y \cos \varphi \sin \Theta + z \sin \varphi \end{aligned} \quad (4.10)$$

地平直交座標と黄道直交座標をそれぞれ極座標表示すると、上式は

$$\begin{aligned} \cos h \cos A &= \cos \delta \cos \alpha \sin \varphi \cos \Theta + \cos \delta \sin \alpha \sin \varphi \sin \Theta - \sin \delta \cos \varphi, \\ -\cos h \sin A &= -\cos \delta \cos \alpha \sin \Theta + \cos \delta \sin \alpha \cos \Theta, \\ \sin h &= \cos \delta \cos \alpha \cos \varphi \cos \Theta + \cos \delta \sin \alpha \cos \varphi \sin \Theta + \sin \delta \sin \varphi \end{aligned} \quad (4.11)$$

となりますが、これは

$$\begin{aligned} \cos h \cos A &= \cos \delta \sin \varphi \cos(\Theta - \alpha) - \sin \delta \cos \varphi, \\ \cos h \sin A &= \cos \delta \sin(\Theta - \alpha), \\ \sin h &= \cos \delta \cos \varphi \cos(\Theta - \alpha) + \sin \delta \sin \varphi \end{aligned} \quad (4.12)$$

と書き直せます。これは地平座標と赤道座標の変換関係を与えます。

逆に、赤道直交座標系と地平直行座標系の関係は、上の変換手続きを逆にたどれば得られます。すなわち、地平直行座標系の  $\bar{y}$  軸を回転軸として時計周りに角度  $(\pi/2 - \varphi)$  回転し、得られた座標系の  $z'$  軸を回転軸として時計周りに角度  $\Theta$  回転すると赤道直交座標系に一致します。したがって

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

が成り立ちます。すなわち

$$\begin{aligned} x &= \bar{x} \cos \Theta \sin \varphi - \bar{y} \sin \Theta + \bar{z} \cos \Theta \cos \varphi, \\ y &= \bar{x} \sin \Theta \sin \varphi + \bar{y} \cos \Theta + \bar{z} \sin \Theta \cos \varphi, \\ z &= -\bar{x} \cos \varphi + \bar{z} \sin \varphi \end{aligned} \quad (4.14)$$

極座標表示を代入すると、上式は

$$\begin{aligned} \cos \delta \cos \alpha &= \cos h \cos A \cos \Theta \sin \varphi + \cos h \sin A \sin \Theta + \sin h \cos \Theta \cos \varphi \\ \cos \delta \sin \alpha &= \cos h \cos A \sin \Theta \sin \varphi - \cos h \sin A \cos \Theta + \sin h \sin \Theta \cos \varphi \\ \sin \delta &= -\cos h \cos A \cos \varphi + \sin h \sin \varphi \end{aligned} \quad (4.15)$$

となります。これは地平座標から赤道座標への変換公式を与えます。

## 4.5 赤道座標と黄道座標の関係

赤道直角座標系の  $x$  軸を回転軸として、反時計回りに角度  $\epsilon$  (黄道傾斜角) だけ回転すると黄道直角座標系に一致します (図 4.5)。

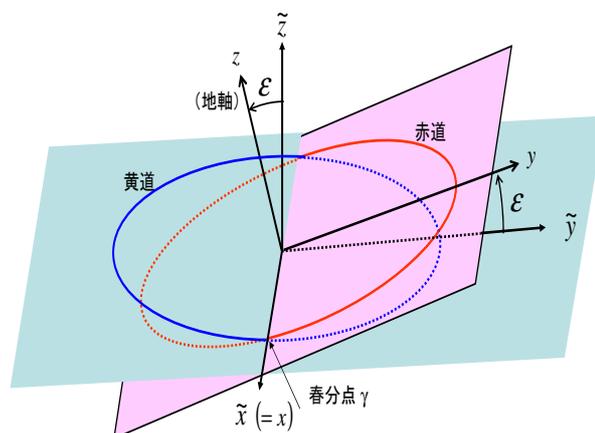


図 4.5: 赤道座標と黄道座標の関係

よって、赤道直角座標系を  $(x, y, z)$ 、黄道直角座標系を  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$  で表したとき、次の関係

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon & \sin \epsilon \\ 0 & -\sin \epsilon & \cos \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

が成り立ちます。すなわち

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= x \\ \tilde{y} &= y \cos \epsilon + z \sin \epsilon \\ \tilde{z} &= -y \sin \epsilon + z \cos \epsilon \end{aligned} \quad (4.17)$$

となります。

極座標表示では、これらの関係は

$$\begin{aligned} \cos \beta \cos \lambda &= \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \beta \sin \lambda &= \cos \delta \sin \alpha \cos \epsilon + \sin \delta \sin \epsilon \\ \sin \beta &= -\cos \delta \sin \alpha \sin \epsilon + \sin \delta \cos \epsilon \end{aligned} \quad (4.18)$$

と表せます。これは赤道座標系から黄道座標系への変換式を与えます。

逆に、黄道直交座標系から赤道直交座標系への変換は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon & -\sin \epsilon \\ 0 & \sin \epsilon & \cos \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

となります。すなわち

$$\begin{aligned} x &= \tilde{x} \\ y &= \tilde{y} \cos \epsilon - \tilde{z} \sin \epsilon \\ z &= \tilde{y} \sin \epsilon + \tilde{z} \cos \epsilon \end{aligned} \quad (4.20)$$

となります。極座標表示では

$$\begin{aligned} \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda \\ \cos \delta \sin \alpha &= \cos \beta \sin \lambda \cos \epsilon - \sin \beta \sin \epsilon \\ \sin \delta &= \cos \beta \sin \lambda \sin \epsilon + \sin \beta \cos \epsilon \end{aligned} \quad (4.21)$$

と表せます。これは黄道座標系から赤道座標系への変換式を与えます。

## 4.6 地平座標と黄道座標の関係

地平直交座標系  $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  と黄道直交座標系  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$  の関係は、赤道直交座標系を介して

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \sin \varphi & 0 & -\cos \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sin \varphi & 0 & -\cos \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon & -\sin \epsilon \\ 0 & \sin \epsilon & \cos \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.22)$$

となります。すなわち

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \tilde{x} \sin \varphi \cos \Theta + \tilde{y} (\sin \varphi \sin \Theta \cos \epsilon - \cos \varphi \sin \epsilon) - \tilde{z} (\sin \varphi \sin \Theta \sin \epsilon + \cos \varphi \cos \epsilon) \\ \bar{y} &= -\tilde{x} \sin \Theta + \tilde{y} \cos \Theta \cos \epsilon - \tilde{z} \cos \Theta \sin \epsilon \\ \bar{z} &= \tilde{x} \cos \varphi \cos \Theta + \tilde{y} (\cos \varphi \sin \Theta \cos \epsilon + \sin \varphi \sin \epsilon) + \tilde{z} (\sin \varphi \cos \epsilon - \cos \varphi \sin \Theta \sin \epsilon) \end{aligned} \quad (4.23)$$

と表すことができます。極座標表示では

$$\begin{aligned}
 \cos h \cos A &= \cos \beta \cos \lambda \sin \varphi \cos \Theta + \cos \beta \sin \lambda (\sin \varphi \sin \Theta \cos \epsilon - \cos \varphi \sin \epsilon) \\
 &\quad - \sin \beta (\sin \varphi \sin \Theta \sin \epsilon + \cos \varphi \cos \epsilon) \\
 \cos h \sin A &= \cos \beta \sin \lambda \sin \Theta - \cos \beta \sin \lambda \cos \Theta \cos \epsilon + \sin \beta \cos \Theta \sin \epsilon \\
 \sin h &= \cos \beta \sin \lambda \cos \varphi \cos \Theta + \cos \beta \sin \lambda (\cos \varphi \sin \Theta \cos \epsilon + \sin \varphi \sin \epsilon) \\
 &\quad + \sin \beta (\sin \varphi \cos \epsilon - \cos \varphi \sin \Theta \sin \epsilon)
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

となります。これは黄道座標から地平座標への変換の式です。上記2つの座標系の変換は、観測地の緯度  $\varphi$  とそこでの観測時の恒星時  $\Theta$  および黄道傾斜角  $\epsilon$  によって決まることに注意してください。

一方、地平直行座標系から黄道直行座標系への変換は、上の手続きを逆に辿ることになりますので、次の関係

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ \tilde{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \epsilon & \sin \epsilon \\ 0 & -\sin \epsilon & \cos \epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{pmatrix} \tag{4.25}$$

が成り立ちます。すなわち、

$$\begin{aligned}
 \tilde{x} &= \bar{x} \cos \Theta \sin \varphi - \bar{y} \sin \Theta + \bar{z} \cos \Theta \cos \varphi \\
 \tilde{y} &= \bar{x} (\cos \epsilon \sin \Theta \sin \varphi - \sin \epsilon \cos \varphi) + \bar{y} \cos \epsilon \cos \Theta + \bar{z} (\cos \epsilon \sin \Theta \cos \varphi + \sin \epsilon \sin \varphi) \\
 \tilde{z} &= -\bar{x} (\sin \epsilon \sin \Theta \sin \varphi + \cos \epsilon \cos \varphi) - \bar{y} \sin \epsilon \cos \Theta - \bar{z} (\sin \epsilon \sin \Theta \cos \varphi - \cos \epsilon \sin \varphi)
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

と表すことが出来ます。極座標表示では

$$\begin{aligned}
 \cos \beta \cos \lambda &= \cos h \cos A \cos \Theta \sin \varphi + \cos h \sin A \sin \Theta + \sin h \cos \Theta \cos \varphi \\
 \cos \beta \sin \lambda &= \cos h \cos A (\cos \epsilon \sin \Theta \sin \varphi - \sin \epsilon \cos \varphi) - \cos h \sin A \cos \epsilon \cos \Theta \\
 &\quad + \sin h (\cos \epsilon \sin \Theta \cos \varphi + \sin \epsilon \sin \varphi) \\
 \sin \beta &= -\cos h \cos A (\sin \epsilon \sin \Theta \sin \varphi + \cos \epsilon \cos \varphi) + \cos h \sin A \sin \epsilon \cos \Theta \\
 &\quad - \sin h (\sin \epsilon \sin \Theta \cos \varphi - \cos \epsilon \sin \varphi)
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

となります。これは地平座標から黄道座標への変換公式を与えます。

### コラム3：惑星の名前の覚え方に関する各国事情

2006年8月チェコ共和国のプラハで開催された国際天文学連合の第26総会において、「惑星」の定義に関する決議が採択されました。それまで惑星に関する明確な定義は存在していませんでしたが、水星から冥王星までの9個の天体を惑星と考えるのが一般的でした。この決議によって、一番外側の軌道を回る冥王星が惑星の分類から除外されることになったことは、天文学の分野を超えて、9個の惑星に慣れ親しんできた多くの人々に様々な感慨をもたらすものとなりました。

その決議がなされた際に、決議の内容とその背景にある幾つかの理由について周囲の人々にメールを送信したところ、そのうちの何人かの方々から、この決議に関する個人的な思いと共に、それまで考えられていた9個の惑星の名前とその順序の覚え方に関する各国の情報が寄せられました。それは、それぞれの国のお国事情を反映していて大変興味深いものです。ここでは決議の背景に触れることは抜きにして、「惑星の名前とその順序の覚え方に関する各国事情」をまとめてみました（情報を寄せてもらった方の注も含めて）:

#### 惑星の名前とその順序の覚え方に関する各国事情

- 日本（中国・韓国も同じ：発音は別にして）

すい（水）・きん（金）・ち（地）・か（火）・もく（木）・ど（土）・てん（天）・  
かい（海）・めい（冥）

- アメリカおよびイギリス等

1. My Very Educated Mother Just Serve Us Nine Pizza
2. My Very Efficient Memory Just Stores Up Nine Planets（これはあまり流行らない）

1番目の文に関して、最後の‘Pizza’がなくなると、ピザが食べられなくなるので、当初アメリカはこの決議に反対したのかも？（これはジョーク）

- フランス

1. Ma vieille tante Marie joue sur un nouveau piano.（私の老マリー叔母さんは新しいピアノを弾く）
2. Mercredi, viens-tu manger avec Jean sur une nappe propre?（水曜日、ジャンと一緒に食事においで、ナプキンを綺麗にしておくから）
3. Mais vous travaillez mal! Je suis un novice Pardi!（しかし、お前さんの仕事っぷりは悪いね！新米なものですから！）

2番目の文の *avec* は火星と木星の間にある小惑星を、最後の？はカイパーベルトを表わします。3番目の文の二つの！もそれぞれ、小惑星とカイパーベルトを表わします。この2つも加えるところなど、一枚上手ではないでしょうか。

- ドイツ

Mein Vater erklart mir jeden Sonntag unsere neun Planeten

English translation (word by word): my father explains me every  
sunday our nine planets )

これらの例は、惑星という存在が大きな親しみをもって多くの人々に受け入れられたきたことを示すものですが、冥王星が惑星としての位置付けから除外された状況を受けて、今後いろいろな国において上記した覚え方に代わるものとして、どのような妙案が根付いてくるかを見守るのも大きな楽しみと言えます<sup>5</sup>。

---

<sup>5</sup>惑星の名前とその順序の覚え方に関する各国の事情に関しては、慶應義塾大学の多くの先生から貴重な情報を頂きました。ここにお礼を申し上げます。



## 第5章 惑星の運動

太陽系は、太陽と惑星（とその衛星）および彗星などからなる天体系です。太陽と惑星間には重力（万有引力）が作用し、全体として一つの天体系としてのまとまりを保っています。ここでは、太陽系の重要な構成要素である惑星に注目し、その運動の様子を調べてみます。

### 5.1 ケプラーの法則

ケプラーは、惑星の運動に関して次の3つの関係

1. 第1法則：各惑星は太陽を一つの焦点とする楕円軌道を描く
2. 第2法則：面積速度は各惑星ごとに一定である
3. 第3法則：各惑星の公転周期の2乗は、その惑星の公転半径の3乗に比例する

が成り立つことを明らかにしました。これを惑星の運動に関するケプラーの3法則とといいます。

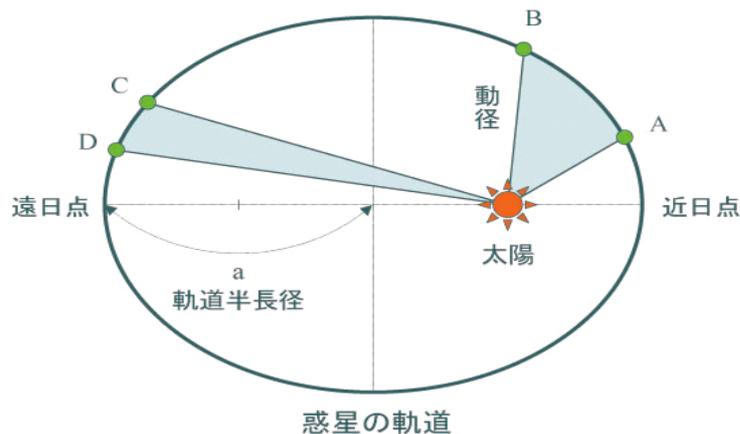


図 5.1: ケプラーの3法則

### 5.1.1 第1法則について

第1法則は、円軌道の複雑な組み合わせで惑星の運動を説明してきた従来の考え方に対して、楕円軌道という新しい概念を導入することによって、惑星軌道を簡潔に表現すると同時にその背景にある物理的な構造解明に大きな鍵を提供しました。

### 5.1.2 第2法則について

第2法則は、惑星がその軌道上で太陽から遠い位置にあるときは速く移動し、近い位置にあるときは比較的ゆっくりと移動することを意味するもので、各軌道上での惑星の運動の様子を説明するものです。

### 5.1.3 第3法則について

第3法則は、個々の惑星についての関係を超えて、いろいろな惑星の軌道半径と公転周期の間に成り立つ関係を表したもので、惑星の運動に関する考察に新しい視点を提供するものです。

## 5.2 惑星の運動とニュートン

上で述べましたように、ケプラーの法則は惑星の運動を理解する上で非常に重要なものですが、ケプラー自身は惑星の運動に関してこれらの法則が成り立つ理由についての説明には至りませんでした。これらの法則を理論的に導き、その物理的背景を明らかにしたのはニュートンです。以下では、ニュートン力学を用いて惑星の運動を解析し、ケプラーの3つの法則が導かれることを示します。

### 5.2.1 惑星の運動に対する運動方程式

惑星の運動を考察するにあたって、ここでは太陽と注目する惑星の2体問題と考えることにします<sup>1</sup>。

太陽の位置を  $\vec{x}_s$ 、惑星の位置を  $\vec{x}_p$ 、その重心を  $\vec{X}_G$

$$\vec{X}_G \equiv \frac{M_s \vec{x}_s + M_p \vec{x}_p}{M_s + m_p} \quad (5.1)$$

<sup>1</sup>実際には、惑星に作用する重力は太陽からの引力だけでなく、他の惑星および衛星との間の重力も作用しています。したがって、これらの全ての力を考慮することが必要となりますが、太陽と惑星間の重力に比べて、他の惑星や衛星との間の重力は非常に小さいことがわかっています。また、惑星の運動の議論には、一般相対性理論の効果も考慮することが必要となりますが、この効果はさらに小さな影響を及ぼすことが知られています。そのため、本書の範囲ではこれらの影響は無視して考えることができますので、各惑星は太陽からの重力の作用のみを受けて運動しているものとしてその運動を解析することにします。他の天体からの影響を無視して、太陽と惑星の2つの天体系の問題と考えるという意味で、このような問題設定を2体問題といたします。

で表すと、

$$\vec{x}_s = \vec{X}_G - \frac{M_p}{M_s + M_p} \vec{r}, \quad (5.2)$$

$$\vec{x}_p = \vec{X}_G + \frac{M_s}{M_s + M_p} \vec{r} \quad (5.3)$$

となります。ここで  $\vec{r}$  は、惑星と太陽の相対座標 ( $\vec{r} = \vec{x}_p - \vec{x}_s$ ) を表します。

太陽と惑星間の距離を  $r$  で表したとき、これらの天体間に働く重力ポテンシャル  $V(r)$  は

$$V(r) = -G \frac{M_s M_p}{r}, \quad (5.4)$$

で与えられます。ここで、 $M_s$  は太陽の質量、 $M_p$  は惑星の質量を表します。このとき、Newton の運動方程式は

$$\dot{\vec{X}}_G = 0, \quad (5.5)$$

$$\mu \ddot{\vec{r}} = \vec{\nabla} V(r) = -GM_s M_p \left( \frac{\vec{r}}{r^3} \right) \quad (5.6)$$

で与えられます。ただし、 $\mu$  は太陽と惑星の換算質量であり、 $\mu \equiv (M_s M_p)/(M_s + M_p)$  で定義されています。

(5.5) より、 $\vec{X}_G$  は時間がたっても変化しないので、これは定数となります。よって、以下では運動方程式 (5.6) に注目し、これを解く問題を考えることにします。

### 5.2.2 角運動量の保存則 (ケプラーの第2法則)

Newton の運動方程式 (5.6) から

$$\mu(\vec{r} \times \ddot{\vec{r}}) = -GM_s M_p \left( \frac{\vec{r} \times \vec{r}}{r^3} \right) = 0 \quad (5.7)$$

が得られますから、

$$\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = 0 \quad (5.8)$$

となり

$$\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \text{const}, \quad (5.9)$$

が導かれます。これは運動方程式の第一積分<sup>2</sup>の一つであり、角運動保存則と呼ばれています。この法則は、ケプラーの第2法則 (面積速度一定) が成り立つことを示すと同時に、さらに惑星の軌道が一つの平面をなすことをも示しています。このことは、次のようにして理解できます。

<sup>2</sup>運動の定数 (時間によらない量) を与える式のことを第1積分と呼びます。また運動の定数を保存量とよびます。

まず、軌道が平面を成すこと（平面上を惑星が移動すること）は、次のようにして示されます。 $\vec{L}$  を次式  $\vec{L} \propto (\vec{r} \times \dot{\vec{r}})$  で定義すると<sup>3</sup>、(5.9) は、 $\vec{L}$  が保存すること、すなわちその方向と大きさが時間によらず一定であることを意味します。定義から  $\vec{L}$  は、位置座標  $\vec{r}$  と速度ベクトル  $\dot{\vec{r}}$  の両方に直交するベクトルですから、その方向が一定であることは、軌道面 ( $\vec{r}$  と  $\dot{\vec{r}}$  の作る面) に直交するベクトルの向きが一定であること、すなわち軌道が平面をなすことを意味します。

軌道が平面をなすことがわかりましたので、次に軌道平面上の座標を  $(x, y)$  とし、角運動量  $\vec{L}$  の方向を  $z$  とする直交座標系を考えます。惑星の位置は、この平面上にありますから、 $\vec{r} = (x, y, 0)$  と表すことができます。 $x, y$  を極座標表示すると

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad (z = 0) \quad (5.10)$$

と表せますから、

$$\dot{x} = \dot{r} \cos \theta - r \dot{\theta} \sin \theta, \quad \dot{y} = \dot{r} \sin \theta + r \dot{\theta} \cos \theta \quad (5.11)$$

となり、(5.9) から

$$\mu(\vec{r} \times \dot{\vec{r}})_x = 0, \quad \mu(\vec{r} \times \dot{\vec{r}})_y = 0, \quad (5.12)$$

$$\mu(\vec{r} \times \dot{\vec{r}})_z = \mu r^2 \dot{\theta} = \text{const.} \equiv \ell \quad (5.13)$$

が得られます。(5.13) は、面積速度 ( $r^2 \dot{\theta}$ ) が一定であること、すなわちケプラーの第2法則が成り立つことを示しています。

### 5.2.3 エネルギーの保存則

Newton の運動方程式から

$$\mu \dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} = -GM_s M_p \left( \frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{r^3} \right) \rightarrow \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu}{2} \dot{\vec{r}}^2 - \frac{GM_s M_p}{r} \right) = 0 \quad (5.14)$$

となり、2番目の第一積分

$$\frac{\mu}{2} \dot{\vec{r}}^2 - \frac{GM_s M_p}{r} = E = \text{const.} \quad (5.15)$$

が得られます。これは運動エネルギーと重力エネルギーの和が変化しないこと（エネルギーの保存則）を示します。極座標を用いると、(5.15) は

$$\frac{\mu}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - \frac{GM_s M_p}{r} = E \quad (5.16)$$

と書き直すことができます。

<sup>3</sup>記号  $\propto$  は比例することを表します。

## 5.2.4 惑星の軌道

上で求めた2つの第一積分(5.13)と(5.16)から、惑星の軌道を求めます。軌道を求めることは、 $r$ と $\theta$ の関係を定めることですから、 $r(t)$ を $\theta$ の関数とみなして $r(\theta)$ を求めることです。そのために、 $r(t) = r(\theta(t))$ とおくと、

$$\dot{r} = \left(\frac{dr}{d\theta}\right)\dot{\theta} = \frac{\ell}{\mu r^2} \left(\frac{dr}{d\theta}\right) \quad (5.17)$$

が得られます。最後の等号は、(5.13)から導かれる $\dot{\theta} = \ell/\mu r^2$ を使用しました。(5.17)を(5.16)に代入すると

$$\frac{\ell^2}{2\mu r^4} \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + \frac{1}{2\mu} \frac{\ell^2}{r^2} - \frac{GM_s M_p}{r} = E \quad (5.18)$$

となります。惑星は閉じた軌道を描くので、惑星のエネルギーは負の値をもちます<sup>4</sup>。そこで、エネルギー $E$ が負であることがわかるように $E = -|E|$ とおくと、次の式

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 = -r^2 \left\{ 1 - \frac{2\mu GM_s M_p}{\ell^2} r + \frac{2\mu|E|}{\ell^e} r^2 \right\} \quad (5.19)$$

が得られます。

(5.19)の左辺は正または零ですから $(dr/d\theta)$ の2乗だから)、右辺も正または零の値をとるような範囲で $r$ が変動することになります。このことから、 $r$ に関する2次方程式

$$1 - \frac{2\mu GM_s M_p}{\ell^2} r + \frac{2\mu|E|}{\ell^e} r^2 = 0 \quad (5.20)$$

の解を、 $r_+, r_-$  ( $r_+ > r_-$ )、とすると、 $r$ の変動範囲は $r_- \leq r \leq r_+$ 、となることが導かれます。ただし、2次方程式の解と係数の関係から

$$r_+ + r_- = \frac{GM_s M_p}{|E|}, \quad r_+ r_- = \frac{\ell^2}{2\mu|E|} \quad (5.21)$$

の関係があることがわかります。軌道上で $r$ が最も小さくなる点(惑星が太陽に最も近づく点) $r_-$ を、その惑星の近日点と呼びます。

$r_{\pm}$ を使うと、(5.19)は

$$\left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 = \frac{2\mu|E|}{\ell^2} r^2 (r_+ - r)(r - r_-) \quad (5.22)$$

と書き直すことができます。ここで、 $r = \frac{1}{u}$ とおくと、(5.22)は

$$\frac{du}{d\theta} = \pm \frac{\sqrt{2\mu|E|}}{\ell} \sqrt{r_+ r_-} \sqrt{(u - u_+)(u_- - u)} \quad (5.23)$$

<sup>4</sup>惑星が閉じた軌道を描くこと、すなわち太陽の重力圏から抜け出すことがないという条件は、惑星の(5.15)で与えられるエネルギー $E$ が負であることで与えられます。

と変形できます。ただし、 $u_{\pm} = \frac{1}{r_{\pm}}$  とします。これを積分すると

$$u = \frac{u_+ + u_-}{2} \pm \frac{u_+ - u_-}{2} \sin\left(\sqrt{\frac{2\mu|E| r_+ r_-}{\ell^2}} (\theta + \theta_0)\right) \quad (5.24)$$

となります。 $\theta_0$  は積分定数です。これを変形すると

$$\frac{1}{r} = \frac{r_+ + r_-}{2r_+ r_-} \left(1 \pm \frac{r_+ - r_-}{r_+ + r_-} \sin(\theta + \theta_0)\right) \quad (5.25)$$

となります。 $\theta = 0$  で  $r = r_-$  となり、 $\theta = \pi$  で  $r = r_+$  となるように、積分定数と複合 ( $\pm$ ) の取り方を選ぶと、上式は

$$\frac{1}{r} = \frac{r_+ + r_-}{2r_+ r_-} \left(1 + \frac{r_+ - r_-}{r_+ + r_-} \cos\theta\right) \quad (5.26)$$

となります。ここで

$$r_+ + r_- \equiv 2a, \quad \frac{r_+ - r_-}{r_+ + r_-} \equiv e \quad (5.27)$$

とおくと、次の軌道の式

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos\theta} \quad (5.28)$$

が得られます。この式は、点  $r = 0$  を一つの焦点とする楕円を表し、 $a$  と  $e$  はそれぞれ楕円の2つの軌道要素である長半径と離心率を表します。

(5.21) と (5.27) から、軌道要素  $a, e$  と第一積分の大きさ  $\ell, |E|$  の関係は

$$|E| = \frac{GM_s M_p}{2a}, \quad \ell = \sqrt{(1 - e^2)G\mu M_s M_p a} \quad (5.29)$$

で与えられることがわかります。したがって、各惑星の軌道要素を測定すれば、その惑星のエネルギーと軌道角運動量の大きさを求めることが出来ることがわかります。

### 5.2.5 惑星の位置の時間変化とケプラーの第3法則

軌道の形が求められたので、次に与えられた時間における惑星の軌道上の位置を求めます。そのために、極座標  $r$  と  $\theta$  を時間の関数として表すことが必要となります。(5.16) に (5.13) と (5.29) を代入して書き直すと

$$\dot{r} = \pm \sqrt{\frac{GM_s M_p}{\mu a}} \times \frac{\sqrt{a^2 e^2 - (r - a)^2}}{r} \quad (5.30)$$

となり、これから

$$t - t_0 = \sqrt{\frac{\mu a}{GM_s M_p}} \int_{r_-}^r \frac{r dr}{\sqrt{a^2 e^2 - (r - a)^2}} \quad (5.31)$$

が得られます。ここで積分定数  $t_0$  は、 $r = r_-$  のとき  $t = t_0$  になるよう選びます。

この積分を実行するために、助変数  $\psi$  を

$$r \equiv a(1 - e \cos \psi) \quad (5.32)$$

で導入します。このとき

$$r \rightarrow a(1 - e) = r_- \quad \psi = 0 \text{ のとき}, \quad (5.33)$$

$$r \rightarrow a(1 + e) = r_+ \quad \psi = \pi \text{ のとき} \quad (5.34)$$

が成り立つので、(5.31) を積分すると

$$t - t_0 = \sqrt{\frac{\mu a^3}{GM_s M_p}} (\psi - e \sin \psi) \quad (5.35)$$

となります。換算質量  $\mu$  を代入すると、求める式

$$t - t_0 = \sqrt{\frac{a^3}{G(M_s + M_p)}} (\psi - e \sin \psi) \quad (5.36)$$

が得られます。(5.36) は Kepler の公式と呼ばれ、これを  $\psi$  に関して解き直し、それを (5.32) に代入することによって、動径座標  $r$  を時間の変数として表すことができます。

$r$  が  $r_-$  から  $r_+$  まで変化すれば軌道を半周したことになりますから、この間に要した時間は公転周期  $P$  の半分となります。よって、(5.36) で  $\psi = \pi$  のとき、 $t = t_0 + P/2$  とおくと

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_s + M_p)} \quad (5.37)$$

の関係が得られます。

(5.37) で表される公転周期  $P$  を用いると、(5.36) は

$$\psi - e \sin \psi = \frac{2\pi}{P} (t - t_0) \quad (5.38)$$

と変形できます。また、(5.28) と (5.32) から

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + 2 \cos \theta} = a(1 - e \cos \psi) \quad (5.39)$$

の関係があるので、これを  $\theta$  について解きなおすと

$$\cos \theta = \frac{\cos \psi - e}{1 - e \cos \psi}, \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin \psi}{1 - e \cos \psi} \quad (5.40)$$

が導かれ、助変数  $\psi$  を通して  $\theta$  を  $t$  の関数として表すことが出来ます。

これらの結果を (5.10) に代入することによって、黄道面上の座標  $x, y$  が  $\psi$  を通して  $t$  の関数として

$$x = a(\cos \psi - e), \quad y = a\sqrt{1 - e^2} \sin \psi \quad (5.41)$$

と表されることがわかります。(5.41)で

1)  $\psi = 0$  とおけば

$$x = a(1 - e) = r_-, \quad y = 0 \quad (5.42)$$

2)  $\psi = \pi$  とおけば

$$x = -a(1 + e) = -r_+, \quad y = 0 \quad (5.43)$$

が成り立つことが確かめられます。

### 5.3 惑星の場合 (ケプラーの第1・第3法則の導出)

これまでの考察は、重力で結ばれている任意の2体系について成り立つものです。

以下では、太陽系の惑星の運動に議論を絞って考察を進めることにします。太陽と惑星の2体系では、太陽の質量  $M_s$  に比べて惑星の質量  $M_p$  は非常に小さいので、 $M_p/M_s \ll 1$  の関係が成り立ちます。この関係を用いると、(5.2) と (5.3) は

$$\vec{x}_s = \vec{X}_G - \frac{M_p/M_s}{1 + M_p/M_s} \vec{r} \approx \vec{X}_G, \quad (5.44)$$

$$\vec{x}_p = \vec{X}_G + \frac{1}{1 + M_p/M_s} \vec{r} \approx \vec{X}_G + \vec{r} \approx \vec{x}_s + \vec{r} \quad (5.45)$$

となります。(5.44) は、太陽と惑星の2体系の重心は、近似的に太陽の中心とみなすことができることを示しています。この場合、相対座標  $\vec{r}$  の原点は太陽中心となります。

既に示しましたように、相対座標  $\vec{r}$  は原点を一つの焦点とする楕円を描くことから、太陽系の惑星は結果として太陽を一つの焦点とする楕円軌道を描くことが導かれます。これがケプラーの第1法則の内容であり、ケプラーの第1法則がニュートン力学から導かれたことがわかります。また、(5.37) の右辺で  $M_p/M_s \ll 1$  とおけば、

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s(1 + \frac{M_p}{M_s})} \approx \frac{4\pi^2}{GM_s} \quad (5.46)$$

となることがわかります。これは、各惑星の公転周期の2乗  $P^2$  が公転半径の3乗  $a^3$  に比例すること、その比例係数は  $4\pi^2/GM_s$  で与えられることを意味します。これがケプラーの第3法則であり、これもニュートン力学から導かれました<sup>5</sup>。これでケプラーの3つの法則が全て、ニュートン力学から理論的に導かれることが証明できたこととなります。

<sup>5</sup> 図 5.2 は惑星の場合について、 $a^3$  と  $P^3$  の関係を図示したのですが (横軸と縦軸はそれぞれ  $\log a$  と  $\log P$  で表示されている) 全ての惑星の観測データが直線上にのることがわかります。これは、太陽系の惑星に対してケプラーの第3法則が成り立つことを、観測的に検証したものです。図中で海王星と冥王星は赤点で表示されていますが、これはこれらの天体は発見されてからまだ太陽を一周していないこと、したがってそのデータは観測から得られたものでなく理論的な予測値であることを意味しています。また、冥王星は惑星の位置付けから除外されましたが、それが他の惑星と同じ直線上にのことは、ケプラーの法則はその天体が惑星であるか否かに関係なく、太陽の重力の影響を受けて運動している天体に対して成り立つ法則であることを示しています。

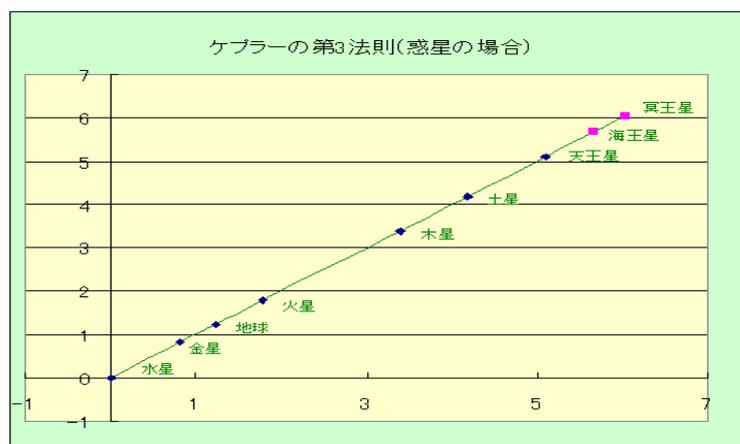


図 5.2: 惑星に対する Kepler の第 3 法則

惑星の周りを公転する衛星の運動も、力学系としては太陽の周りを公転する惑星の場合と同等ですから、各惑星の衛星はそれぞれその惑星を一つの焦点とする楕円軌道を描くことがわかります。第 3 章の考察はこの結論を前提としたものです。

一方、互いの重力の影響を受けて運動している 2 つの天体の質量がほとんど等しいとき、これらの天体の重心の位置は 2 つの天体の中間に近いところにあることになります。この天体系を連星 (2 重連星) と呼びます。(5.2) と (5.3) から、2 重連星のそれぞれの星は、互いにその重心を焦点とする楕円軌道を描いて運動することが示されます。宇宙には、このような連星系が多数存在しますので<sup>6</sup>、この系の運動も興味深い考察の対象ですが、ここでは連星系に関する考察は省略することにします。

## 5.4 惑星の軌道要素

これまでの考察から、太陽系の各惑星は (地球を含む) 一つの平面上で太陽を一つの焦点とする楕円軌道を描くことが示されました。したがって、1) 惑星の軌道面と、2) 決められた平面上で描く楕円の形、を与えればその惑星の軌道が決まることがわかります。

地球以外の惑星の軌道面を決めるには、地球の軌道面 (これを黄道面と呼びます<sup>7</sup>) を基準にとって、黄道面と惑星の軌道面が交わって出来る交線と、黄道面と惑星の軌道面のなす角を与えればよいことがわかります。決められた面上で描く楕円軌道の形は、楕円の長半径と離心率および近日点の位置を与えることによって決まります。よって、各惑星の軌道は、次の 5 つの要素

1. 楕円の長半径  $a$

<sup>6</sup>太陽系以外の天体で見かけの明るさがもっとも大きいシリウスは 2 重連星です。

<sup>7</sup>黄道は地球から見たときの太陽の軌道を意味しますが、これはまた太陽から見た地球の位置と考えることもできます。

2. 離心率  $e$
3. 近日点引数  $\omega$  (昇交点<sup>8</sup>から近日点までの角度：軌道面を天体の運行方向に測る)
4. 昇交点黄経  $\Omega$  (春分点と昇交点のなす角)
5. 軌道傾斜角  $i$

を与えることで完全に決まることとなります。ここで、 $a$ と $e$ および $\omega$ は軌道の形を、 $\Omega$ と $i$ は軌道面を決める各惑星に固有な量であり、これらの5つの量を惑星の軌道要素といいます。

## 5.5 日心黄道直交座標上での惑星の位置

惑星は太陽を含む平面上で、太陽を一つの焦点とする楕円軌道を描きますので、惑星の軌道を考察するにはまず太陽を中心とする直交座標系で考えるのが便利です。太陽を中心とする直交座標系を、日心直交座標系と呼びます。

春分点は、春分時における地球から見た太陽の位置ですが、これはまた秋分のときの日心座標系での地球の位置でもあります。これを記号 $\gamma$ で表します。太陽と春分点を結ぶ直線を $X$ 軸(太陽から春分点に向かう方向を正の方向とする)、黄道面上で太陽の位置を通り $X$ 軸に直交する直線を $Y$ 軸、太陽を通り黄道面に直交する直線を $Z$ 軸とする直交座標系を日心黄道直交座標系(太陽を原点とする黄道直交座標系) $(X, Y, Z)$ と呼びます。まず、この座標系を用いた惑星の位置表示を考えることから始めます。

### 5.5.1 地球の位置表示

日心黄道直交座標系での地球の位置を求めます。日心黄道直交座標系上で、 $X$ 軸と地球の近日点の成す角は、昇交点黄経 $\Omega_E$ と近日点引数 $\omega_E$ の和 $\bar{\omega}_E$ (これを近日点黄経と呼ぶ)で与えられます<sup>9</sup>。したがって、ニュートンの運動方程式を解くときに導入した地球に対する $(x, y)$ 座標と、日心黄道座標系の $(X, Y)$ 座標の関係は、 $Z$ 軸を中心として角度 $\bar{\omega}_E$ の回転で結び付けられますので

$$\begin{aligned} X &= \cos \bar{\omega}_E x - \sin \bar{\omega}_E y, \\ Y &= \sin \bar{\omega}_E x + \cos \bar{\omega}_E y, \\ Z &= 0 \end{aligned}$$

<sup>8</sup>惑星が黄道面を南から北に通過する点

<sup>9</sup>地球の場合、黄道面と地球の軌道面は同じすから、近日点黄経だけが意味を持ちます。。

の関係が成り立ちます。これに (5.41) を代入すると

$$\begin{aligned} X_E &= a_E \{ \cos \bar{\omega}_E (\cos \psi_E - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \sin \bar{\omega}_E \sin \psi_E \}, \\ Y_E &= a_E \{ \sin \bar{\omega}_E (\cos \psi_E - e_E) + \sqrt{1 - e_E^2} \cos \bar{\omega}_E \sin \psi_E \}, \\ Z_E &= 0 \end{aligned} \quad (5.47)$$

となります。ここで各量のサフィックス  $E$  は地球を示すものです。与えられた初期条件に対して、地球の場合について Kepler の公式 (5.36) を解いて  $\psi_E$  を求め、それを (5.47) に代入すれば、日心黄道座標系における地球の位置を時間の関数として求めることができます。

### 5.5.2 木星（一般の惑星）の位置表示

日心黄道直交座標を用いて木星の位置を表すことを考えます<sup>10</sup>。木星の軌道面の地球の軌道面に対する傾き角を  $i_J$ 、木星が地球の軌道面を南から北に向けて横切る点（木星の昇交点）を  $N_J$ 、黄道面上で春分点  $\gamma$  と  $N_J$  のなす角を  $\Omega_J$ 、木星の軌道面上で木星の近日点と  $N_J$  のなす角を  $\omega_J$  とします。このとき、ニュートンの運動方程式を解くときに導入した木星に対する座標  $(x_J, y_J)$  と、日心黄道直交座標での木星の位置  $(X_J, Y_J, Z_J)$  の関係は、3回の座標系の回転で結び付けられて

$$\begin{aligned} X_J &= (\cos \Omega_J \cos \omega_J - \sin \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) x_J - (\cos \Omega_J \sin \omega_J + \sin \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) y_J, \\ Y_J &= (\sin \Omega_J \cos \omega_J + \cos \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) x_J - (\sin \Omega_J \sin \omega_J - \cos \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) y_J, \\ Z_J &= \sin i_J \sin \omega_J x_J + \sin i_J \cos \omega_J y_J \end{aligned}$$

となります。これに、木星の場合の (5.41) を代入すると

$$\begin{aligned} X_J &= a_J \left\{ (\cos \Omega_J \cos \omega_J - \sin \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J - e_J) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\cos \Omega_J \sin \omega_J + \sin \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J \right\}, \\ Y_J &= a_J \left\{ (\sin \Omega_J \cos \omega_J + \cos \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J - e_J) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\sin \Omega_J \sin \omega_J - \cos \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J \right\}, \\ Z_J &= a_J \left\{ \sin i_J \sin \omega_J (\cos \psi_J - e_J) + \sqrt{1 - e_J^2} \sin i_J \cos \omega_J \sin \psi_J \right\} \end{aligned} \quad (5.48)$$

となります。木星についての (5.41) を解いて  $\psi_J$  を求め、それを上式に代入することによって、日心黄道直交座標系上での木星の位置を時間の関数として表すことができます。上で表された各量のサフィックス  $J$  は、木星を示しています。

<sup>10</sup>一般の惑星に関しても同様に考察できますので、ここでは例として木星を取り上げて考えることにします。

## 5.6 地心黄道直交座標系での太陽と惑星の位置

黄道面上で黄道直交座標系の原点を、太陽から地球に平行移動した座標系を地心黄道直交座標系（地球を原点とする直交座標系）、あるいは単に黄道直交座標系といいます。この座標系での天体の位置は、日心黄道直交座標系における各天体の位置座標から日心黄道直交座標系での地球の位置座標を引いたもので表示されます。したがって、地心黄道直交座標系での地球の位置は原点にあり、太陽の位置は(5.47)にマイナスの符号を付けたものになります。地心黄道直交座標系を $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ で表したとき、太陽の位置 $(\bar{X}_S, \bar{Y}_S, \bar{Z}_S)$ は

$$\begin{aligned}\bar{X}_S &= -a_E \{ \cos \Omega_E (\cos \psi_E - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \sin \Omega_E \sin \psi_E \}, \\ \bar{Y}_S &= -a_E \{ \sin \Omega_E (\cos \psi_E - e_E) + \sqrt{1 - e_E^2} \cos \Omega_E \sin \psi_E \}, \\ \bar{Z}_S &= 0\end{aligned}\quad (5.49)$$

で与えられます。地球から太陽までの距離を $r_S$ とおくと

$$r_S = \sqrt{\bar{X}_S^2 + \bar{Y}_S^2} \quad (5.50)$$

で与えられます。

また、地心黄道直交座標系での木星の位置は、(5.48)から(5.47)を引いて

$$\begin{aligned}\bar{X}_J &= a_J \left\{ (\cos \Omega_J \cos \omega_J - \sin \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J - e_J) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\cos \Omega_J \sin \omega_J + \sin \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J \right\} \\ &\quad - a_E \{ \cos \Omega_E (\cos \psi_E - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \sin \Omega_E \sin \psi_E \}, \\ \bar{Y}_J &= a_J \left\{ (\sin \Omega_J \cos \omega_J + \cos \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J - e_J) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\sin \Omega_J \sin \omega_J - \cos \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J \right\} \\ &\quad - a_E \{ \sin \Omega_E (\cos \psi_E - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \cos \Omega_E \sin \psi_E \}, \\ \bar{Z}_J &= a_J \left\{ \sin i_J \sin \omega_J (\cos \psi_J - e_J) + \sqrt{1 - e_J^2} \sin i_J \cos \omega_J \sin \psi_J \right\}\end{aligned}\quad (5.51)$$

と表されます。地球と木星の距離を $r_J$ とおくと

$$r_J = \sqrt{\bar{X}_J^2 + \bar{Y}_J^2 + \bar{Z}_J^2} \quad (5.52)$$

で与えられます。

## 5.7 地心赤道直交座標系での天体の位置表示

(4.20)により、地心黄道直交座標 $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ から地心赤道直交座標 $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z})$ への変換は、次式

$$\tilde{X} = \bar{X},$$

$$\begin{aligned}\tilde{Y} &= \cos \epsilon \bar{Y} - \sin \epsilon \bar{Z}, \\ \tilde{Z} &= \sin \epsilon \bar{Y} + \cos \epsilon \bar{Z}\end{aligned}\quad (5.53)$$

で与えられることがわかります。ここで、 $\epsilon$  は地球の赤道面とその公転面のなす角（黄道傾斜角）を表します。また、赤道座標系での座標  $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z})$  と（赤径  $\alpha$ , 赤緯  $\delta$ ）の関係は、

$$\begin{aligned}\tilde{X} &= \sqrt{\tilde{X}^2 + \tilde{Y}^2 + \tilde{Z}^2} \cos \delta \cos \alpha, \\ \tilde{Y} &= \sqrt{\tilde{X}^2 + \tilde{Y}^2 + \tilde{Z}^2} \cos \delta \sin \alpha, \\ \tilde{Z} &= \sqrt{\tilde{X}^2 + \tilde{Y}^2 + \tilde{Z}^2} \sin \delta\end{aligned}\quad (5.54)$$

で与えられますから、赤径  $\alpha$ , 赤緯  $\delta$  は

$$\tan \alpha = \frac{\tilde{Y}}{\tilde{X}}, \quad \sin \delta = \frac{\tilde{Z}}{\sqrt{\tilde{X}^2 + \tilde{Y}^2 + \tilde{Z}^2}}\quad (5.55)$$

となります。

### 5.7.1 地心赤道直交座標系での太陽の位置表示

(5.53) に (5.49) を代入すると、地心赤道直交座標系での太陽の位置が、

$$\begin{aligned}\tilde{X}_S &= -a_E \{ \cos \Omega_E (\cos \psi_E - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \sin \Omega_E \sin \psi_E \}, \\ \tilde{Y}_S &= -a_E \cos \epsilon \{ \sin \Omega_E (\cos \psi_E - e_E) + \sqrt{1 - e_E^2} \cos \Omega_E \sin \psi_E \}, \\ \tilde{Z}_S &= -a_E \sin \epsilon \{ \sin \Omega_E (\cos \psi_E - e_E) + \sqrt{1 - e_E^2} \cos \Omega_E \sin \psi_E \}\end{aligned}\quad (5.56)$$

で与えられること、また (5.50) と (5.55) から地球から太陽までの距離  $r_S$  および太陽の赤経  $\alpha_S$  と赤緯  $\delta_S$  が

$$r_S = \sqrt{\tilde{X}_S^2 + \tilde{Y}_S^2 + \tilde{Z}_S^2}, \quad \tan \alpha_S = \frac{\tilde{Y}_S}{\tilde{X}_S}, \quad \sin \delta_S = \frac{\tilde{Z}_S}{r_S}\quad (5.57)$$

で与えられることがわかります。

### 5.7.2 地心赤道直交座標系での木星の位置表示

(5.53) に (5.48) を代入すると、地心赤道直交座標系での木星の位置が

$$\begin{aligned}\tilde{X}_J &= a_J \left\{ (\cos \Omega_J \cos \omega_J - \sin \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J - e_J) \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\cos \Omega_J \sin \omega_J + \sin \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -a_E \{ \cos \tilde{\omega}_E (\cos \psi_E - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \sin \tilde{\omega}_E \sin \psi_E \}, \\
\tilde{Y}_J = \cos \epsilon & \left[ a_J \left\{ (\sin \Omega_J \cos \omega_J + \cos \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J - e_J) \right. \right. \\
& \left. \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\sin \Omega_J \sin \omega_J - \cos \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J \right\} \right. \\
& \left. - a_E \{ \sin \tilde{\omega}_E (\cos \psi_E - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \cos \tilde{\omega}_E \sin \psi_E \} \right] \\
& - \sin \epsilon \left[ a_J \left\{ \sin i_J \sin \omega_J (\cos \psi_J - e_J) + \sqrt{1 - e_J^2} \sin i_J \cos \omega_J \sin \psi_J \right\} \right], \\
\tilde{Z}_J = \sin \epsilon & \left[ a_J \left\{ (\sin \Omega_J \cos \omega_J + \cos \Omega_J \cos i_J \sin \omega_J) (\cos \psi_J - e_J) \right. \right. \\
& \left. \left. - \sqrt{1 - e_J^2} (\sin \Omega_J \sin \omega_J - \cos \Omega_J \cos i_J \cos \omega_J) \sin \psi_J \right\} \right. \\
& \left. - a_E \{ \sin \tilde{\omega}_E (\cos \psi_E - e_E) - \sqrt{1 - e_E^2} \cos \tilde{\omega}_E \sin \psi_E \} \right] \\
& + \cos \epsilon \left[ a_J \left\{ \sin i_J \sin \omega_J (\cos \psi_J - e_J) + \sqrt{1 - e_J^2} \sin i_J \cos \omega_J \sin \psi_J \right\} \right]
\end{aligned} \tag{5.58}$$

で与えられること、また地球から木星までの距離  $r_J$  および太陽の赤経  $\alpha_J$  と赤緯  $\delta_J$  が

$$r_J = \sqrt{\tilde{X}_J^2 + \tilde{Y}_J^2 + \tilde{Z}_J^2}, \quad \tan \alpha_J = \frac{\tilde{Y}_J}{\tilde{X}_J}, \quad \sin \delta_J = \frac{\tilde{Z}_J}{r_J} \tag{5.59}$$

で与えられることがわかります。

## 5.8 地心地平直交座標系での天体の位置表示

観測地の経度を  $\varphi$ 、その観測地における観測時の恒星時（観測地点の真南の方向とその地点で見た観測時における春分点の方向との角度を時刻表示したもの）を  $\Theta$  としたとき、赤道座標  $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z})$  から観測地点における地平座標  $(\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z})$  への変換は、(4.10) から

$$\begin{aligned}
\hat{X} &= \sin \varphi \cos \Theta \tilde{X} + \sin \varphi \sin \Theta \tilde{Y} - \cos \varphi \tilde{Z}, \\
\hat{Y} &= -\sin \Theta \tilde{X} + \cos \Theta \tilde{Y}, \\
\hat{Z} &= \cos \varphi \cos \Theta \tilde{X} + \cos \varphi \sin \Theta \tilde{Y} + \sin \varphi \tilde{Z}
\end{aligned} \tag{5.60}$$

で与えられます。

(5.60) の右辺に、(5.56) または (5.58) を代入すれば、それぞれ地心地平直交座標系での太陽または木星の位置が得られます。

## 5.9 任意の時刻における太陽と惑星の位置の求め方

前節までの結果を用いて、任意の時刻における太陽と惑星の位置を、日心直交座標系および地心直交座標系で表すことを考えます。そのために、基準にとった時刻（元期）にお

ける地球とその他の惑星の位置がわかっているものとして<sup>11</sup>、それ以後の任意の時刻における太陽と惑星の位置を計算から求め、その結果を各直交座標系で表示することにします

各惑星の軌道面上で太陽を中心とし、その惑星の近日点方向を  $x$  軸、それに直交する軸を  $y$  軸とする座標系  $(x, y)$  を考え、これをそれぞれの惑星に固有な惑星座標系  $S_P$  とします。4.2 節で示したように、任意の時刻  $t$  におけるこの座標系  $S_P$  上での惑星の位置は、(5.38) で与えられる  $\psi$  をパラメータとして (5.41) で与えられます。そこで、まず (5.38) の  $\psi$  を求めることにします。

(5.38) を

$$\psi - e \sin \psi = M(t), \quad M(t) \equiv \frac{2\pi}{P}(t - t_0) \quad (5.61)$$

と書き直したとき、 $M(t)$  は仮に惑星が太陽の周りを平均的な角速度 ( $= 2\pi/P$ ) で公転するとみなしたときの仮想惑星の移動角の大きさを表す。これを惑星の平均近点角と呼びます。時刻  $t = t_i$  における惑星の平均近点角  $M(t_i)$  を  $M_i$  とすると

$$M_i = \frac{2\pi}{P}(t_i - t_0) \quad (5.62)$$

より、積分定数は  $t_0 = t_i - \frac{P}{2\pi}M_i$  となります。従って、任意の時刻における  $M(t)$  は

$$M(t) = \frac{2\pi}{P}(t - t_i) + M_i \quad (5.63)$$

となります。この  $M(t)$  を、(5.61) の第 1 式に代入して、それを  $\psi$  について解けば、任意の時刻における  $\psi$  が求められます。しかし、(5.61) は  $\psi$  について非線形方程式なので、これを厳密に解くのは困難です。しかしながら、惑星の離心率  $e$  は 1 に比べて小さいので ( $e \ll 1$ )、離心率  $e$  に関する展開式として  $M(t)$  を表すと

$$\psi(t) = M(t) + e \sin M(t) + \frac{e^2}{2} \sin(2M(t)) + \dots \quad (5.64)$$

となります。ここで  $\dots$  は離心率  $e$  の高次の項を表します。これで、任意の時刻における  $\psi(t)$  を平均近点角の初期値  $M_i$  と離心率  $e$  で表されます<sup>12</sup>。

この結果を (5.41) に代入すると、座標系  $S_P$  上における任意の時刻  $t$  の惑星の位置  $(x, y)$  が求められます。また、(5.64) で与えられる  $\psi(t)$  を、(5.47) または (5.48) に代入することによって、それぞれ日心黄道直交座標系での地球の位置または木星の位置を求めることができます。同様にして  $\psi(t)$  を、(5.49) または (5.51) に、および (5.56) または (5.58) に、代入するとそれぞれ、地心黄道直交系および地心赤道直交系での太陽と木星の位置が求められます。

この手続きで、各年度の任意の時刻における全ての惑星と太陽の位置が求められることになります。第 3 章で与えた地球から木星までの距離はこの方法で求めたものです。

<sup>11</sup>各年度の 1 月 1 日 0 時 (世界時) の地球とその他の惑星の位置は、天文年鑑等のデータ集に記載されています。

<sup>12</sup>各年度の 1 月 1 日 0 時 (世界時) におけるいろいろな惑星の平均近点角  $M_i$  は、天文年鑑天文基礎データ欄に記載されているそれぞれの惑星の平均黄経  $L$  から、近日点黄経  $\bar{\omega}$  を引いた値 ( $M_i \equiv L - \bar{\omega}$ ) で与えられます。

## コラム4：惑星配列の謎

太陽系は、その質量の大部分を占める太陽が中心に位置し、その周囲を惑星が公転している天体系です。太陽と惑星は重力（万有引力）によって結合しています。また、原子は中心に質量の大部分を占める原子核があり、その周囲を電子が周回する構造を持っています。正の電荷を持つ原子核と負の電荷を持つ電子間には、電気的な引力が作用して原子としてのまとまりを保っています。系の結合力が、太陽系では重力であり、原子では電気的な引力である点の違いを除けば、一見したところこれらは物理的に同じ構造を持つ系であるように思われます。原子物理学の初期段階で、太陽系を参考にして原子の構造が提案されたのはこの理由によります。

原子物理学のその後の進展により、原子核を周回する電子の軌道半径と各軌道上に存在できる電子数は、現在では理論的に求めることが可能となりました。これはミクロ世界の物理法則である量子物理学が確立したことによるものであり、現代物理学の大きな成果の一つです。

一方、結合力が異なることを除けば原子と同様な物理的な構造を持つと考えられた太陽系の場合、その軌道半径を理論的に予測することには成功していません。これは原子の構造が理論的に完全に解明されたのに比べて大きな違いです。

太陽系の各惑星と太陽間の平均距離（公転軌道半径）が、観測で求められた大きさを持つこと、すなわち太陽系の惑星の配列がいまのように与えられていることは、偶然のなせることかそれとも本来理論的に理解されるべきものであるかを明らかにすることは、天文学における興味深いテーマです。ここでは、この問題に深入りすることは止めにして、惑星の配列を与えるルールとして提案された一つの間接的な関係を紹介しましょう。

これは、ティティウス（Titius）・ボーデ（Bode）の関係と呼ばれもので、惑星の軌道半径を  $r_n$  で表したとき

$$r_n = 0.4 + 0.3 \times n^{n-2}, \quad n = -\infty, 2, 3, \dots \quad (5.65)$$

と表されます。ここで、一番内側の軌道を回る水星だけは例外的に  $n = -\infty$  とおくことにします。また、 $n = 2$  は金星、 $n = 3$  は地球、 $n = 4$  は火星、 $n = 6$  は木星、 $n = 7$  は土星、 $n = 8$  は天王星、 $n = 9$  は海王星、 $n = 10$  は冥王星を表します。

図5.3は、惑星の軌道半径についての観測データと、ティティウス・ボーデの関係で与えられる曲線を表しています。このグラフ上で、 $n = 5$  の観測データは、小惑星ケレス（Ceres）の軌道半径を記しています。ティティウス・ボーデの関係式で表される曲線と比較したとき、海王星は少しずれ、冥王星では大きく異なっていることがわかります。2006年の国際天文学連合の会議で、冥王星が惑星としての位置づけからはずされたので、その結果を受けて海王星までを考えにいったとき、この関係式は惑星の配列をほぼ表しているとみなすことができます<sup>13</sup>。この関係式が発表された1772年には、まだ小惑星群の存在は知られていませんでしたが（ケレスの発見は1801年）、その後  $n = 5$  番目の位置

<sup>13</sup>冥王星の外側に小さな天体が帯状に分布している領域の存在が予言され、それが彗星の故郷と考える提案がなされていました。この帯状の領域はカイパーベルトと呼ばれていますが、1990年以降カイパーベルトに

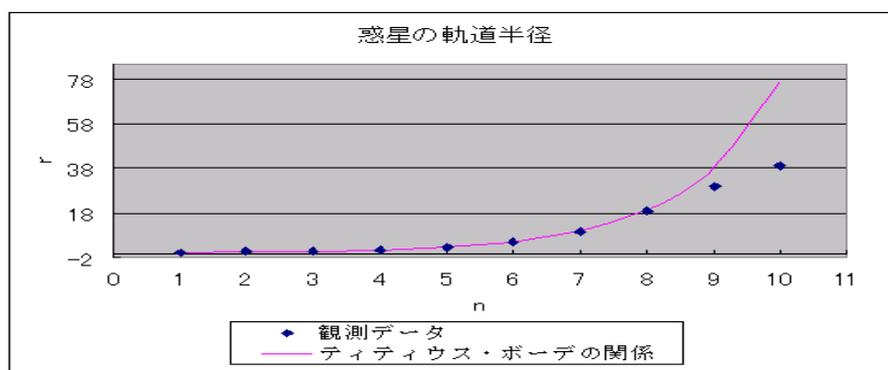


図 5.3: 惑星の軌道半径

に小惑星群の存在が発見されたことは、その発見に先立ってこの関係式が未発見の小惑星群の存在を予測していたと考えることもできます。これらの事情により、ティティウス・ボーデの関係式は、一時関係者の間で大きな注目を浴びることになりました。

量子力学が原子の構造を理論的に解明したのとは異なり、太陽系の惑星の配列を示すものとして提案されたティティウス・ボーデの関係式を、理論的に導くことにはまだ成功していません。このことから、これは物理的な意味づけのできる関係式ではなく、惑星の配列を近似的に示す単なる一つの数式に過ぎないのではないかと考えられていることが多い。ティティウス・ボーデの関係式の位置付けに関して様々な解釈が並存している理由として、この関係式を理論的に導くことが出来ていないことに加えて、太陽系以外の惑星系で数個の惑星とその配列をわかっているものがまだ見つかっていないため、この関係式が太陽系の惑星の配列を偶然にしめす数式なのか、それとも他の惑星系でも成り立つ普遍的な関係式なのかを判断する材料が欠けていることが考えられます。

太陽系以外の惑星系における惑星配列の関係は、今後の観測の進展を見守ることにして、以下では力学的な観点からはミニ太陽系とみなすこともできる木星とその衛星の系および土星とその衛星の系を取り上げ、それらの衛星系の配列について調べてみます。

ティティウス・ボーデの関係が、太陽系の惑星の配列と惑星の衛星の配列において、もし何らかの物理的な特徴を反映しているとした場合、それは次の式

$$r_n = a + b \times 2^n \quad (5.66)$$

で表されるものと考えることが妥当と思われる。ここで、 $a$  と  $b$  は各天体系のサイズ・質量等で決まる定数とします。太陽系の惑星の場合、(5.65) から  $a = 0.4$ ,  $b = 0.3/4$  となります。

属するとみなすことのできる小天体が数多く発見されるに及んで、このベルトの存在は観測的に検証されつつあると言えます。この場合、冥王星はカイパーベルト上の天体の一つであり、その領域の内側に位置していることからこれら的小天体の中で最も早く発見されたものであると、その位置づけを見直すことができます。このとき、ティティウス・ボーデの関係で  $n = 10$  番目の位置として、冥王星に位置の代わりにカイパーベルトの中央を対応させれば、この関係が予測する位置とほぼ一致することがわかります。

- 木星とその衛星からなる天体系の場合

木星の衛星はこれまでに数十個発見されていますが、4個のガリレオ衛星 (Io, Europa, Ganymede, Callisto) 以外の衛星の半径質量は、ガリレオ衛星の半径と質量に比べると非常に小さい。太陽系の場合にも、小惑星帯の天体群やカイパーベルト上の個々の天体を考慮すると、太陽を廻る多数の天体が存在していますが、ティティウス・ボーデの関係では‘惑星’と小惑星のケレスが考察の対象になっています。木星とその衛星系の場合においても、他の衛星に比べて際立って大きいガリレオ衛星を対象を絞って考えてみることにします。

この系でも、(5.66) が成り立つものとして、係数  $a$ ,  $b$  を最小二乗法で求めると、 $a = 23.74$  (万 km)、 $b = 10.32$  (万 km) となり、ガリレオ衛星の配列は次の関係

$$r_n = 23.74 + 10.32 \times 2^n, \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (5.67)$$

で表されます。ここで、 $n = 1$  は Io,  $n = 2$  は Europa,  $n = 3$  は Ganymede,  $n = 4$  は Callisto を表します。観測データと上記関係式を図示したものがグラフ 5.4 です。

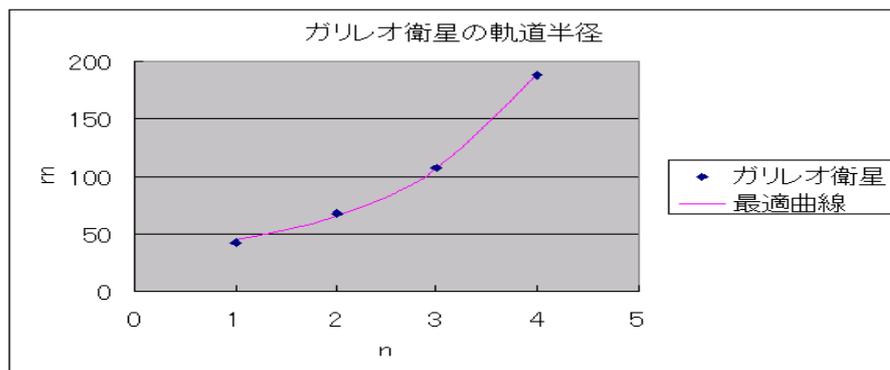


図 5.4: ガリレオ衛星の軌道半径

- 土星とその衛星からなる天体系の場合

土星の衛星も多数発見されていますが、木星の場合と同様に、これらの衛星の中で他の衛星に比べて特に大きなものを選んで考えてみることにします。対象とする衛星としては、1600年代に発見された5個の衛星 (Tethys, Dione, Rhea, Titan, Iapetus) を取り上げます。この場合も、(5.66) が成り立つものとして、係数  $a$ ,  $b$  を最小二乗法で求めると、 $a = 30.49$  (万 km)、 $b = 2.54$  (万 km) となり、土星の衛星配列は次の関係

$$r_n = 30.49 + 2.54 \times 2^n, \quad n = 1, 2, 3, 5, 7 \quad (5.68)$$

で与えられます。ここで  $n = 1$  は Tethys,  $n = 2$  は Dione,  $n = 3$  は Rhea,  $n = 5$  は Titan,  $n = 7$  は Iapetus を表します。この場合、 $n = 4$  と  $n = 6$  に対応する衛星は欠けています。観測データと上記関係式を図示したものがグラフ 5.5 です。

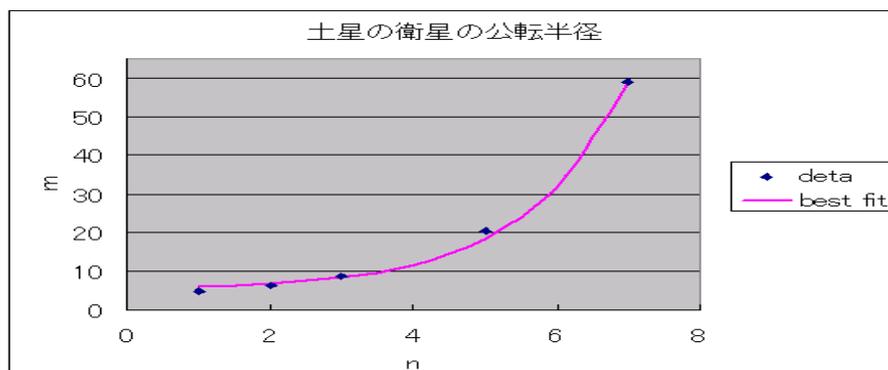


図 5.5: 土星の衛星の軌道半径

グラフ 5.4 と 5.5 は、木星の衛星と土星の衛星の配列に関しても、関係式 (5.66) が成り立つことを示唆しているようにも見て取れますが、このデータだけではそれがこれらの系で成り立つ関係式であると判断するには確定的な証拠とは言ないでしょう、いずれにしても、太陽系のように、中心に質量の大部分を占める天体が位置し、その回りを小さな質量を持つ複数個の天体が周回する重力で結ばれた系で、その配列に関してティティウス・ボーデの法則で見られる  $2^n$  則ともいべき関係 (5.66) が成り立っているのか否かの判断は、同様な物理的構造をもつ天体系に関する今後の観測結果を待つべきです。そのことを考慮に入れた上で、ここでの考察は惑星系および衛星系の成り立ちをテーマとした、コーヒブレイクの話題の一つとして楽しみたいと思っています。

## 終わりに

あるとき、筆者が勤務する大学の少人数セミナーの時間（日本の昼間）に、教室からNY学院に設置した望遠鏡にインターネット経由でアクセスし、手元のパソコンの画面上に撮った木星のガリレオ衛星の画像をプロジェクターでスクリーンに映しながら、天文関係のデータ集に記載されているガリレオ衛星の位置を示すグラフと照合させたことがあります。データ集に記載されているガリレオ衛星の配置と、スクリーンに映し出されたガリレオ衛星の配置とが、大きく異なっていることにセミナーの出席者はすぐに気がつきました。画像上の衛星の配置は観測から得られたそのときのガリレオ衛星の位置であり、それと違いがあることはデータ集のグラフに間違いがあることは明らかです（その後出版社によってこの件は確認済み）。筆者自身を含めて、セミナーの学生は全て天体観測に関して全くの素人であったにもかかわらず、この違いに気づくには十分すぎる画像の内容であったわけで、実際に天体を観測することの威力を痛感した出来事です。

ここに記した経験は、インターネット望遠鏡が教育現場で果たす役割の大きさを示す一つの例に過ぎません。本書で紹介したインターネット望遠鏡のシステムは、設置場所が東京都府中市と慶應義塾NY学院の2ヶ所に過ぎないこと、望遠鏡の機能自体にも改善の余地があることなど、今後取り組むべき課題を多く残しています。今後、新たにヨーロッパ地域および南半球地域を含む多くの設置場所を確保すること、同時に個々の望遠鏡の性能の向上を図ることなど、インターネット望遠鏡ネットワークシステムが整備・充実することによって、様々な教育現場での利用が進むことが期待されます。本書ではまた、インターネット望遠鏡の応用についても、「木星のガリレオ衛星の観測を利用したケプラーの第3法則の検証と木星の質量測定」という一つの課題例を紹介しました。これは教育現場におけるインターネット利用の1例に過ぎません。

インターネット望遠鏡は、ハードおよびソフトの両面において、現在発展途上にあるといえます。その意味で、本書はインターネット望遠鏡のシステムとその利用面における現状報告です。今後システムがより充実するにつれて、インターネット望遠鏡を利用した様々な教育カリキュラムの開発、さらには研究面への応用など、インターネット望遠鏡を利用する場が新たな広がりを見せることを願っています。